■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

定積分の性質(2)

★知識の整理★

【１】定積分の性質(2)

⑤ $\int_a^b f(x)\,dx=-\int_b^a f(x)\,dx$　◀上端と下端を入れかえるとーがつく

（例）$\int_2^{-1}(x^2-4x+1)\,dx=-\int_{-1}^2(x^2-4x+1)\,dx$

⑥ $\int_a^c f(x)\,dx+\int_c^b f(x)\,dx=\int_a^b f(x)\,dx$　◀和の形のときにのみ使える

（例）$\int_0^2(x^2-2x+3)\,dx+\int_2^3(x^2-2x+3)\,dx$

$=\int_0^3(x^2-2x+3)\,dx$　◀2本の線をくっつけて1本にするイメージ

⑦ $-\frac{1}{6}$の公式：　$\int_\alpha^\beta(x-\alpha)(x-\beta)\,dx=-\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$

（例）$\int_{-2}^4(x+2)(x-4)\,dx=-\frac{1}{6}\{4-(-2)\}^3$

【注】この公式は，x^2の係数が１の２次式にのみ使える。
だから，この公式はx^2の係数を１にしてから使う。たとえば…

（例）$\int_{-2}^4(-2x^2+4x+16)\,dx=-2\int_{-2}^4(x^2-2x-8)\,dx$

$=-2\left[-\frac{1}{6}\{4-(-2)\}^3\right]$

▲$x^2-2x-8=0$
$(x+2)(x-4)=0$
$x=-2,\ 4$

⑧ 偶関数，奇関数の公式

・$f(x)$が偶関数のとき　$\int_{-a}^a f(x)\,dx=2\int_0^a f(x)\,dx$

（例）$\int_{-2}^2 x^2\,dx=2\int_0^2 x^2\,dx$，　$\int_{-2}^2 dx=2\int_0^2 dx$　◀１はx^0と見る

（例）$-7\int_{-3}^3 x^2\,dx=-7\cdot2\int_0^3 x^2\,dx$

・$f(x)$が奇関数のとき　$\int_{-a}^a f(x)\,dx=0$　◀$f(x)$に関係なく０

（例）$6\int_{-3}^3 x^3\,dx=0$，　$-\int_{-3}^3 x\,dx=0$

（次のページへつづく）

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

↗（前のページからのつづき）

（例）　偶関数と奇関数が混ざっている場合は，性質②，③，④を使って，偶関数の部分と奇関数の部分に分け，別々に計算する。

$$\int_{-3}^{3}(6\chi^3-7\chi^2-\chi+2)\,d\chi$$

$$=6\int_{-3}^{3}\chi^3\,d\chi-7\int_{-3}^{3}\chi^2\,d\chi-\int_{-3}^{3}\chi\,d\chi+2\int_{-3}^{3}d\chi$$

$$=0\qquad -7\cdot 2\int_{0}^{3}\chi^2\,d\chi-0\qquad +2\cdot 2\int_{0}^{3}d\chi$$

以上をまとめると，次のようになる。

▼　定積分の性質 (2)　▼

⑤ $\int_{a}^{b} f(\chi)\,d\chi=-\int_{b}^{a} f(\chi)\,d\chi$

⑥ $\int_{a}^{c} f(\chi)\,d\chi+\int_{c}^{b} f(\chi)\,d\chi=\int_{a}^{b} f(\chi)\,d\chi$　◀和の形のときにのみ使える

⑦ $-\frac{1}{6}$の公式：　$\int_{\alpha}^{\beta}(\chi-\alpha)(\chi-\beta)\,d\chi=-\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$

◀ χ^2の係数が1の2次式のときにのみ使える。

⑧ 偶関数，奇関数の公式

・ $f(\chi)$が偶関数のとき　$\int_{-a}^{a} f(\chi)\,d\chi=2\int_{0}^{a} f(\chi)\,d\chi$

・ $f(\chi)$が奇関数のとき　$\int_{-a}^{a} f(\chi)\,d\chi=0$

【注】⑦　$-\frac{1}{6}$の公式が使えるかどうかの調べ方

$\int_{\alpha}^{\beta}(\chi^2+a\chi+b)\,d\chi$のとき，

χにαとβを代入して，それぞれ $f(\chi)=0$となればよい。

（例）　$\int_{-2}^{4}(\chi^2-2\chi-8)\,d\chi$で，⑦の公式は使えるか？

χ^2の係数が１で２次式，かつ
$f(\chi)=\chi^2-2\chi-8$とおくと，
$f(-2)=(-2)^2-2\cdot(-2)-8=4+4-8=0$
$f(4)=(4)^2-2\cdot(4)-8=16-8-8=0$
だから，⑦の公式は使える。