■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

9

第２章　図形と方程式　１・点と直線

3 直線の方程式（その１）

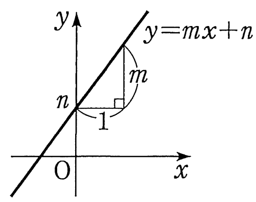
（１／８）■　直線の方程式　■

１次方程式の表す図形

★知識の整理★

【１】直線の方程式

傾きがｍで，ｙ軸と点（０，ｎ）で交わる直線は，１次方程式　ｙ＝ｍχ＋ｎ　で表される。この直線を，**直線　ｙ＝ｍχ＋ｎ**　といい，ｙ＝ｍχ＋ｎ　を，この**直線の方程式**　という。



【２】方程式の表す図形

一般に，χ，ｙについての方程式を満たす点（χ，ｙ）の集合を **方程式の表す図形** という。

また，その方程式を **図形の方程式** という。

１次方程式　ａχ＋ｂｙ＋ｃ＝０　の表す図形を考えてみよう。

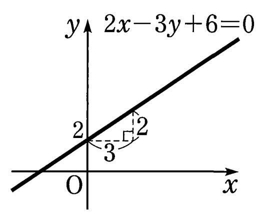
（例１）方程式　２χ－３ｙ＋６＝０　の表す図形

方程式を変形すると，$y=\frac{2}{3}\chi+2$

であるから，

点（０，２）を通り，傾き $\frac{2}{3}$

の直線である。

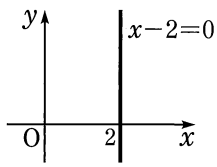


（例２）方程式　χ－２＝０　の表す図形

方程式を変形すると，χ＝２

であるから，

点（２，０）を通り，ｙ軸に平行な直線である。



★

一般に，χ，ｙについての１次方程式　ａχ＋ｂｙ＋ｃ＝０　の表す図形は，直線である。この方程式で表される直線を，**直線　ａχ＋ｂｙ＋ｃ＝０**　という。

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

直線の方程式

★知識の整理★

【１】点Ａ$(x_1,\ y_1)$を通り，傾きmの直線の方程式

この直線の方程式を，

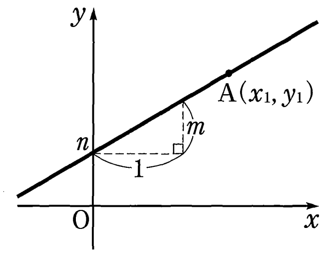
$y=mx+n$　　…①

とすると，点Ａ$(x_1,\ y_1)$を通るから，

$y_1=mx_1+n$　　…②

①－②より，ｎを消去して，

$y-y_1=m(x-x_1)$



▶１点と傾きの与えられた直線の方程式

Ａ$(x_1,\ y_1)$を通り，傾きmの直線の方程式は，

$y-y_1=m(x-x_1)$

【２】２点Ａ$(x_1,\ y_1)$，Ｂ$(x_2,\ y_2)$を通る直線の方程式

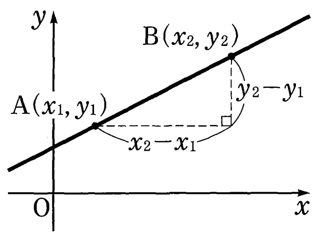
(1)　$x_1\neq x_2$のとき

直線ＡＢの傾きmは，$m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

で，点Ａ$(x_1,\ y_1)$を通るから，【１】の結果より，

この直線の方程式は，

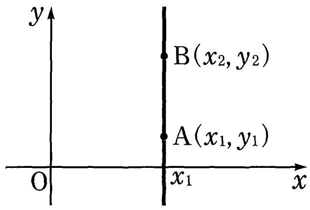
$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$



(2)　$x_1=x_2$のとき

直線ＡＢはｙ軸に平行であるから，

この直線の方程式は，　$x=x_1$



▶２点を通る直線の方程式

異なる２点$(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$を通る直線の方程式は，

$x_1\neq x_2$のとき，　$y-y_1=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$

$x_1=x_2$のとき，　$x=x_1$

（例）２点（２，１），（３，－５）を通る直線の方程式

$$y-1=\frac{-5-1}{3-2}(x-2)$$

すなわち，$y=-6x+13$

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

３ 直線の方程式（その１）

（３／８）■　直線の方程式　■

★解法の技術★

次の直線の方程式を求めなさい。

(1)　点（２，－１）を通り，傾きが３　　(2)　点（３，－４）を通り，χ 軸に平行

(3)　２点（１，－１），（４，０）を通る　　(4)　２点（－３，１），（－３，２）を通る

【考え方】まず，グラフのおよその形を考え，その特徴に合った直線の方程式を選びます。
２点が与えられていても，軸に平行な直線になる場合もあるので注意します。

【１】型：点$(\chi_1,\ y_1)$を通り，傾きmの直線の方程式は，

$y - y_1 = m(\chi - \chi_1)$

＊特殊形　点$(\chi_1,\ y_1)$を通り，χ 軸に平行な直線の方程式は，$y = y_1$

点$(\chi_1,\ y_1)$を通り，y 軸に平行な直線の方程式は，$\chi = \chi_1$

【２】型：２点$(\chi_1,\ y_1)$，$(\chi_2,\ y_2)$を通る直線の方程式は，

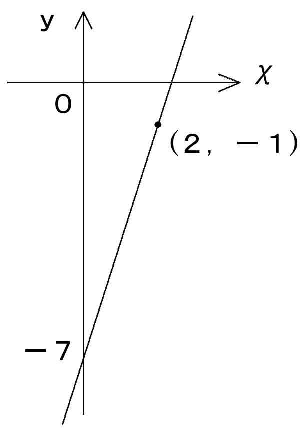
$\chi_1 \neq \chi_2$ のとき，　$y - y_1 = \dfrac{y_2 - y_1}{\chi_2 - \chi_1}(\chi - \chi_1)$

＊特殊形　$y_1 = y_2$のとき，$y = y_1$

$\chi_1 = \chi_2$のとき，$\chi = \chi_1$

［答　案］

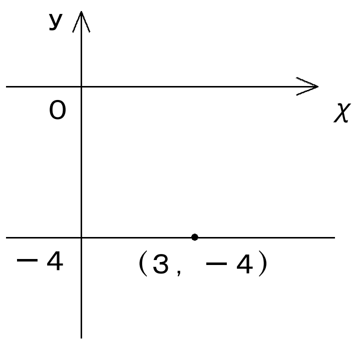
(1)　＊グラフ



＊式　$y - (-1) = 3(\chi - 2)$より

$y = 3\chi - 7$

(2)　＊グラフ



＊式　$y = -4$

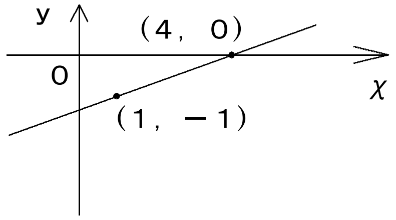
（次のページへつづく）

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【点と直線　No. 9 （３／８）】 －〈２枚目／２枚〉

↗ （前のページからのつづき）

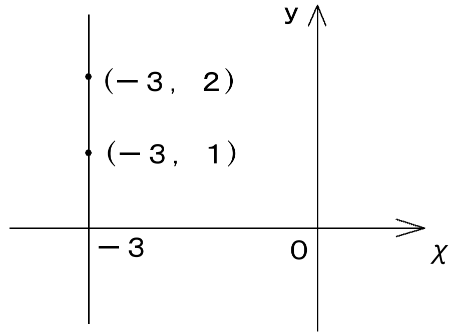
(3) ＊グラフ



＊式　$y-(-1)=\dfrac{0-(-1)}{4-1}(\chi-1)$ より

$y=\dfrac{1}{3}\chi-\dfrac{4}{3}$

(4) ＊グラフ



＊式　２点の χ 座標が等しいので，

$\chi=-3$

■このテーマに対する演習計画は，
数学Ⅱ「点と直線」の「学習計画書」にリストアップしてあります。

■「演習問題」は，数専ゼミの教室で学習できます。