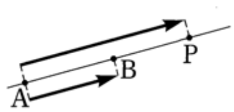
■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

三角形の場合

★知識の整理★

【１】一直線上にある３点

３点Ａ，Ｂ，Ｐが一直線上にあることは，２つのベクトル$\overrightarrow{AB}$と$\overrightarrow{AP}$が平行であることと同じであるから，次のことがいえる。

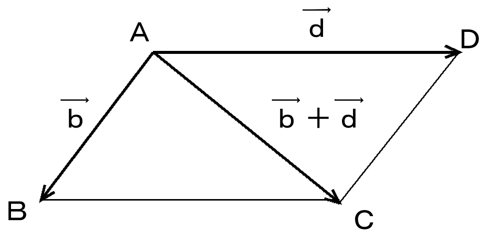


▼　一直線上にある３点（共線条件）　▼

２点Ａ，Ｂが異なるとき，
点Ｐが直線ＡＢ上にある　⟺　$\overrightarrow{AP}=k\overrightarrow{AB}$となる実数ｋがある。

【２】３点が一直線上にあることの証明の方法

・三角形や平行四辺形などの図形がある場合は，１つの頂点（どの頂点でもよい）を基点とした位置ベクトルを考える。
・また，基点とした頂点を含む２辺上のベクトル
・$\vec{b}$，$\vec{d}$などとおき，この２つのベクトルを用いて他のベクトルを表す。



例えば…
平行四辺形ＡＢＣＤで，点Ａを基点とするとき，
$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{d}$とすると，$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$だから，$\overrightarrow{AC}=\vec{b}+\vec{d}$と表せる。

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

◇《一直線上にある３点／三角形》学力化➡　／　，

★解法の技術★

△ＡＢＣにおいて，辺ＡＢを１：２に内分する点をＰ，辺ＡＣの中点をＱ，辺ＢＣを２：１に外分する点をＲとする。このとき，３点Ｐ，Ｑ，Ｒは一直線上にあることを証明しなさい。

【考え方】点Ａを基点とする位置ベクトルで考える。
３点Ｐ，Ｑ，Ｒが一直線上にあることを証明するには，$\overrightarrow{PR}=k\overrightarrow{PQ}$ となる実数 k があることを示せばよい。
$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$ とし，$\overrightarrow{PQ}$ と $\overrightarrow{PR}$ を $\vec{b}$ と $\vec{c}$ を用いて表す。

［考える手順］

1 位置ベクトルを定義する

2 $\overrightarrow{PQ}$ と $\overrightarrow{PR}$ を位置ベクトルの $\vec{b}$ と $\vec{c}$ で表す

3 $\overrightarrow{PR}=k\overrightarrow{PQ}$ を示す

［答　　案］

$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$ とする。

・点ＰはＡＢを１：２に内分し，点ＱはＡＣの中点だから，

$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{AQ}-\overrightarrow{AP}$　◀$\overrightarrow{PQ}$ を点Aを基点とするベクトルで表す。

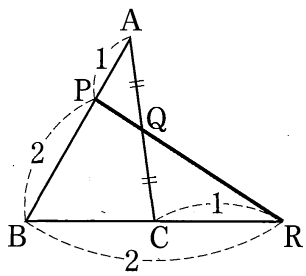
$=\dfrac{1}{2}\vec{c}-\dfrac{1}{3}\vec{b}=\dfrac{1}{6}(3\vec{c}-2\vec{b})$　…①　◀【計算1】

・点ＲはＢＣを２：１に外分する点だから，

$\overrightarrow{PR}=\overrightarrow{AR}-\overrightarrow{AP}$　◀$\overrightarrow{PR}$ を点Aを基点とするベクトルで表す。

$=\dfrac{-\vec{b}+2\vec{c}}{2-1}-\dfrac{1}{3}\vec{b}=\dfrac{2}{3}(3\vec{c}-2\vec{b})$　…②　◀【計算2】

①と②より，$\overrightarrow{PR}=4\overrightarrow{PQ}$　◀【注】
よって，
３点Ｐ，Ｑ，Ｒは一直線上にある。



【注】$\overrightarrow{PR}$ は，$\overrightarrow{PQ}$ の何倍かを調べる。　◀$\overrightarrow{PQ}$ をもとにする。

$$\overrightarrow{PR}\div\overrightarrow{PQ}=\frac{2}{3}(3\vec{c}-2\vec{b})\div\frac{1}{6}(3\vec{c}-2\vec{b})=\frac{2}{3}\div\frac{1}{6}=4$$

【計算１】$\dfrac{3\vec{c}-2\vec{c}}{6}=\dfrac{1}{6}(3\vec{c}-2\vec{b})$

【計算２】$\dfrac{-3\vec{b}+6\vec{c}-\vec{b}}{3}=\dfrac{-4\vec{b}+6\vec{c}}{3}=\dfrac{2}{3}(3\vec{c}-2\vec{b})$