

第2章 平面上のベクトル 2・ベクトルと図形

1 位置ベクトル (その1)

(1 / 8) ■ 分点の位置ベクトル ■

位置ベクトル

★知識の整理★

【1】位置ベクトルとは？

平面上で、点Oをあらかじめ定めておくと、この平面上の点Aの位置は、

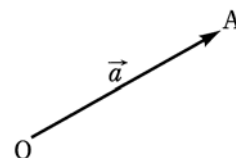
$$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$$

というベクトル \vec{a} で決まる。

この \vec{a} を、Oを基点としたときの点Aの位置ベクトルという。

また、位置ベクトルが \vec{a} である点Aを、 $A(\vec{a})$ と表す。

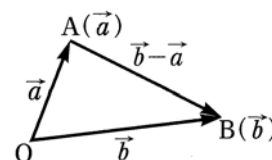
このように、平面上の点は位置ベクトルで表されることになる。



平面上の2点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$ に対して、

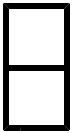
$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$$

であるから、次のことがいえる。



▼ 位置ベクトルによる表示 ▼

2点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$ に対して、 $\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}$



分点の位置ベクトル

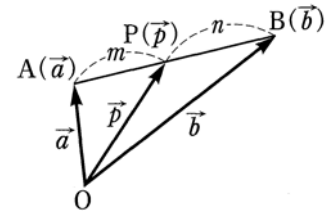
★知識の整理★

【1】内分点の位置ベクトル

2点A(\vec{a}), B(\vec{b})に対して, 線分ABを $m:n$ に内分する点Pの位置ベクトル $\vec{p} = \vec{OP}$ を求めてみよう。

$$\begin{aligned} \vec{OP} &= \vec{OA} + \vec{AP} \\ &= \vec{a} + \frac{m}{m+n}(\vec{b} - \vec{a}) \\ &= \frac{\vec{a}(m+n) + m(\vec{b} - \vec{a})}{m+n} \\ &= \frac{m\vec{a} + n\vec{a} + m\vec{b} - m\vec{a}}{m+n} \\ &= \frac{n\vec{a} + m\vec{b}}{m+n} \end{aligned}$$

◀ベクトルの和



$$\begin{aligned} \vec{AP} &= \frac{m}{m+n} \vec{AB} \\ &= \frac{m}{m+n} (\vec{b} - \vec{a}) \end{aligned}$$

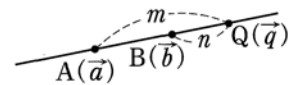
よって, $\vec{p} = \vec{OP} = \frac{n\vec{a} + m\vec{b}}{m+n}$ ◀内分点の位置ベクトル

【2】外分点の位置ベクトル

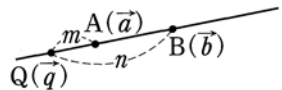
2点A(\vec{a}), B(\vec{b})に対して, 線分ABを $m:n$ に外分する点Qの位置ベクトル $\vec{q} = \vec{OQ}$ は, $m > n$, $m < n$ のいずれの場合でも, 次のように, 内分点の位置ベクトルの n を $-n$ に置きかえた式になります。

$$\vec{q} = \vec{OQ} = \frac{-n\vec{a} + m\vec{b}}{m-n} \quad \text{◀外分点の位置ベクトル}$$

$m > n$ のとき



$m < n$ のとき



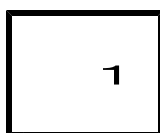
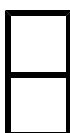
* 証明を知りたい人は, 教科書や参考書などを調べてください。ここで大切なことは, この公式を問題の中で使えることであって, 証明ができることではありません。

【3】中点の位置ベクトル

◀中点は1:1に内分する点

とくに, 線分ABの中点Mの位置ベクトル \vec{m} は

$$\vec{m} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2} \quad \text{◀中点の位置ベクトル}$$



第2章 平面上のベクトル 2・ベクトルと図形

1 位置ベクトル (その1)

(3 / 8) ■ 分点の位置ベクトル ■

★解法の技術★

2点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$ について、次の点の位置ベクトルを \vec{a} , \vec{b} を用いて表しなさい。

- (1) 線分 AB を $2 : 3$ に内分する点 C
- (2) 線分 AB を $2 : 3$ に外分する点 D
- (3) 線分 AB の中点 M

[答 案]

$$(1) \vec{OC} = \frac{3\vec{a} + 2\vec{b}}{2 + 3} = \frac{3\vec{a} + 2\vec{b}}{5}$$

$$(2) \vec{OD} = \frac{-3\vec{a} + 2\vec{b}}{2 - 3} = \frac{-3\vec{a} + 2\vec{b}}{-1} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$$

$$(3) \vec{OM} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$$

◇ 《分点の位置ベクトル》 学力化 → /

----- ★理解のチェック★ -----

3点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$, $C(\vec{c})$ について、次の点の位置ベクトルを \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表しなさい。

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| (1) 線分 AB を $3 : 2$ に内分する点 D | (2) 線分 CA を $1 : 2$ に内分する点 E |
| (3) 線分 AB を $5 : 2$ に外分する点 F | (4) 線分 BC を $3 : 4$ に外分する点 G |
| (5) 線分 AB の中点 M | |

[答 案]