■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

ベクトルの和の大きさ

◇《ベクトルの和の大きさ》 学力化➡　／　，

★解法の技術★

次の問いに答えなさい。

(1)　$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=3$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-2$ のとき，$|2\vec{a}+\vec{b}|$ の値を求めなさい。

(2)　$|\vec{a}|=\sqrt{3}$，$|\vec{b}|=1$，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が 150° のとき，ベクトル $3\vec{a}+3\vec{b}$ の大きさを求めなさい。

【考え方】 $|m\vec{a}+n\vec{b}|$ の値は，$|m\vec{a}+n\vec{b}|^2$ を利用します。

$$|m\vec{a}+n\vec{b}|^2=m^2|\vec{a}|^2+2mn\,\vec{a}\cdot\vec{b}+n^2|\vec{b}|^2$$

▲文字式の平方公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ と同じ

注意　$\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}||\vec{a}|\cos 0^\circ$ より，　◀内積の定義

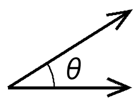
$\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}||\vec{a}|\times 1$

よって，$\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2$　　＊ $\vec{a}\cdot\vec{a}=\vec{a}^2$ ではない！

注意　内積はかけ算ではないから，$\vec{a}\,\vec{b}$ とはならない。

［答　案］

(1)　《条件》



$\vec{a}=(*)$　$|\vec{a}|=1$

$\vec{b}=(*)$　$|\vec{b}|=3$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=-2$　　◀成分が与えられていないときは，内積の定義を使う。

《問題》

$$\begin{aligned}|2\vec{a}+\vec{b}|^2&=4|\vec{a}|^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2\\&=4\times 1^2+4\times(-2)+3^2\\&=4-8+9\\&=5\end{aligned}$$

◀２乗して展開すると，与えられた条件が使える形になる。

$|2\vec{a}+\vec{b}|>0$ より，　◀絶対値は正

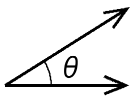
$|2\vec{a}+\vec{b}|=\underline{\sqrt{5}}$

（次のページへつづく）↗

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

↗（前のページからのつづき）

(2) 《条件》



$\vec{a}=(*)$ $|\vec{a}|=\sqrt{3}$

$\vec{b}=(*)$ $|\vec{b}|=1$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\,|\vec{b}|\cos 150^\circ=\sqrt{3}\times 1\times\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

◀成分が与えられていないときは，内積の定義を使う。

《問題》

$$|3\vec{a}+3\vec{b}|^2=9|\vec{a}|^2+18\vec{a}\cdot\vec{b}+9|\vec{b}|^2$$

$$=9\times(\sqrt{3})^2+18\times\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+9\times 1^2$$

$$=27-27+9$$

$$=9$$

◀２乗して展開すると，
与えられた条件が使える形になる。

$|3\vec{a}+3\vec{b}|>0$ より

◀絶対値は正

$|3\vec{a}+3\vec{b}|=$ <u>3</u>