■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

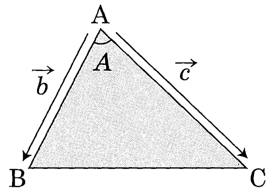
三角形の面積の公式

★解法の技術★

右図の△ＡＢＣの面積Ｓは，

$$S=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{b}|^2|\vec{c}|^2-(\vec{b}\cdot\vec{c})^2}$$

で与えられることを証明しなさい。



【考え方】ベクトルを利用した三角形の面積の公式は，数学Ｉで学習した三角形の面積の公式をもとに作成します。→数学Ｉの復習については，下記資料参照

［考える手順］

［答　　案］

$S=\frac{1}{2}|\vec{b}||\vec{c}|\sin A$　◀面積の公式

$=\frac{1}{2}|\vec{b}||\vec{c}|\sqrt{1-\cos^2 A}$　◀$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}$ を代入

$=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{b}|^2|\vec{c}|^2(1-\cos^2 A)}$　◀$|\vec{b}||\vec{c}|$を$\sqrt{}$の中に入れる

$=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{b}|^2|\vec{c}|^2-(|\vec{b}||\vec{c}|\cos A)^2}$　◀（　）をはずした

$=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{b}|^2|\vec{c}|^2-(\vec{b}\cdot\vec{c})^2}$　◀$|\vec{b}||\vec{c}|\cos A=\vec{b}\cdot\vec{c}$

（内積の定義）

《面積の公式》

右図のように，点ＢからACに垂線BHを下ろします。このとき，

$S=\frac{1}{2}\times b\times h$　$\frac{1}{2}\times$(底辺)$\times$(高さ)

となるよね。

ここで，△AHBに注目すると，

$\sin A=\frac{h}{c}$　$\sin A=\frac{(A\text{の対辺})}{(\text{斜辺})}$

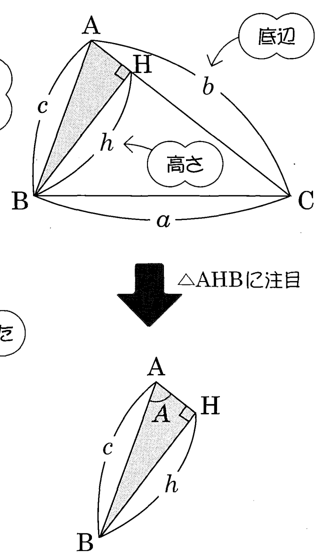
なので，

$h=c\sin A$　分母を払った

これを上式に代入すると，

$S=\frac{1}{2}\times b\times c\sin A$

$=\frac{1}{2}bc\sin A$



■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

２７

第２章　平面上のベクトル　１・ベクトルとその演算

４ ベクトルの内積（その７）

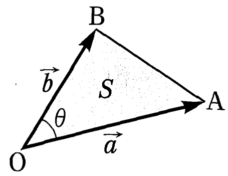
（２／７）■　三角形の面積　■

◇《三角形の面積》**学力化**➡　／　，

★理解のチェック★

$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$のとき，△ＯＡＢの面積Ｓは，次の式で与えられることを証明しなさい。

$$S=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}$$



［考える手順］

［答　　案］

$\vec{a}$，$\vec{b}$のなす角をθとすると，

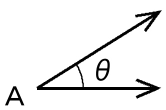
$S=\frac{1}{2}|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta$　　◀面積の公式

＊上の公式は，次のように使って三角形の面積を求めます。

> 三角形ＡＢＣにおいて，$|\overrightarrow{AB}|=2$，$|\overrightarrow{AC}|=3$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\sqrt{15}$のとき，三角形ＡＢＣの面積Ｓを求めなさい。

［答　　案］

《図的状況》



$\overrightarrow{AB}=(*)$　$|\overrightarrow{AB}|=2$

$\overrightarrow{AC}=(*)$　$|\overrightarrow{AC}|=3$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\sqrt{15}$

//

$$S=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2|\overrightarrow{AC}|^2-(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})^2}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{2^2\times3^2-(\sqrt{15})^2}$$

$$=\frac{\sqrt{21}}{2}$$