



公式を適用するだけで答が求まるタイプ②

◇対数関数を含む積の積分である。

— ●★解法の技術★の学習のしかた● —

- (1) 下の答案を学習し、解法プロセスを覚えましょう。／覚えたら、.....
- (2) 模範解答を見ないで、次のページの★理解のチェック★の問題を解いてみましょう。
(模範解答を見ながら答案を書いても力はずきません。一度、「解法プロセス」を頭の中に入れることが大切です。)

◇《部分積分法①'(基本log型) 対数関数》**学力化**→ /

★解法の技術★

次の不定積分を求めよ。

$$\int x \log x dx$$

【考え方】**違う種類の関数の積**だから「部分積分法の公式」を使うことを考える。

$$\int \underbrace{f(x)g'(x)}_{\text{「微分の形」}} dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x) dx$$

「基本log型」は、積の一方がlogの形で、相手を「微分の形」にする。
また、logだけのときの相手は $1 = (x)'$ とする。

[答案]

$$\int x \log x dx$$

1 (問題の一方を「微分の形」で表す) ◀**1**の部分は、答案には書かなくてもよい。

微分してlog x となる関数はないので、log x は「微分の形」にはなれない。
そこで、log x を含む積では、log x の相手を「微分の形」で表すことになる。
ここでは x を「微分の形」で表すために積分すると $(\frac{1}{2}x^2)$ となるから、

$$\int x \log x dx \text{ は } \int \left(\frac{1}{2}x^2\right)' \cdot \log x dx \text{ と表せる。}$$

2 (部分積分法の公式を作り、右辺を計算する)

$$\int \left(\frac{1}{2}x^2\right)' \cdot \log x dx = \frac{1}{2}x^2 \cdot \log x - \int \frac{1}{2}x^2 (\log x)' dx \quad \leftarrow \text{部分積分法の公式}$$

$$= \frac{1}{2}x^2 \cdot \log x - \frac{1}{2} \int x^2 \cdot \frac{1}{x} dx$$

$$= \frac{1}{2}x^2 \cdot \log x - \frac{1}{2} \int x dx$$

$$= \frac{1}{2}x^2 \cdot \log x - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}x^2 + C \quad (C \text{ は積分定数})$$

$$= \frac{1}{2}x^2 \cdot \log x - \frac{1}{4}x^2 + C$$