



変数を含む定積分で表された関数の微分

★知識の整理★

【1】  $f(x) = \int_a^x \sim$  の導関数  $f'(x)$  の求め方

$\int$  の上端に  $x$  があるときは、  
両辺を  $x$  で微分すると、 $\int$  が取れる！

◀  $a$  は定数 (2とか5とか-10...など)  
◀ この形は、数学Ⅱの定積分で学習済みである。

(説明)

・ 微分と積分の関係は、

$$F(x) \begin{matrix} \xrightarrow{\text{微分} (')} \\ \xleftarrow{\text{積分} (\int)} \end{matrix} f(x)$$

・ これを数式で表すと、

$$\begin{cases} F(x) = \int f(x) dx & f(x) \text{ を積分すると, } F(x) \text{ になる。} \\ F'(x) = f(x) & F(x) \text{ を微分すると, } f(x) \text{ になる。} \end{cases}$$

( $F(x)$  を微分すると  $\int$  が取れる, と見ることもできる)

(具体例)

$$f(x) = \int_a^x (2t+3) dt \quad \leftarrow a \text{ は定数 (2とか5とか-10...など)}$$

両辺を  $x$  で微分すると...

▼【参照】積分した関数を微分した場合

$$\begin{cases} f(x) = [t^2 + 3t]_a^x & \leftarrow \text{定積分して, } x \text{ の関数を求めてから,} \\ f(x) = (x^2 + 3x) - (a^2 + 3a) & \leftarrow \text{微分すると} \\ \downarrow \text{微分} & \leftarrow \text{ここは定数だから } x \text{ で微分すると } 0 \text{ になるので, 微分の影響を受けない} \\ f'(x) = 2x + 3 & (\int \text{ の下端の定数は, どんな数でも微分に関係しない。}) \end{cases}$$

等しい!

瞬時に  
答を  
求めると

$$f'(x) = 2x + 3$$

つまり、両辺を  $x$  で微分すると、 $\int$  が取れる！  
~~~~~  
( $t$  は  $x$  に変わることに注意！)

◀【注】上の定積分から分かる通り、  
定積分すると  $t$  は  $x$  に変わることに注意！