■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

対数関数の導関数（基本形）

★知識の整理★

【１】対数関数の導関数（基本形①）

対数関数 $y=\log_a x$ の導関数について考えよう。

$$(\log_a x)'=\lim_{h\to 0}\frac{\log_a(x+h)-\log_a x}{h}$$ ◀定義にしたがって微分

$$=\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\log_a\frac{x+h}{x}$$ ◀$\log A-\log B=\log\frac{A}{B}$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\log_a\left(1+\frac{h}{x}\right)$$

ここで，$\frac{h}{x}=t$ とおくと，$h\to 0$ のとき $t\to 0$ であるから，

$$y'=\lim_{t\to 0}\frac{1}{xt}\log_a(1+t)$$

$$=\frac{1}{x}\lim_{t\to 0}\log_a(1+t)^{\frac{1}{t}}$$

そこで，$t\to 0$ のときの $(1+t)^{\frac{1}{t}}$ の極限を調べてみよう。

t	$(1+t)^{\frac{1}{t}}$	t	$(1+t)^{\frac{1}{t}}$
0.1	2.593742……	−0.1	2.867971……
0.01	2.704813……	−0.01	2.731999……
0.001	2.716923……	−0.001	2.719642……
0.0001	2.718145……	−0.0001	2.718417……
0.00001	2.718268……	−0.00001	2.718295……

上の表から $t\to 0$ のとき，$(1+t)^{\frac{1}{t}}$ が一定の値に近づくことが予想される。そして，実際に，$\lim_{t\to 0}(1+t)^{\frac{1}{t}}$ は極限値をもつことがわかっている。この極限値を e で表す。

すなわち，$e=\lim_{t\to 0}(1+t)^{\frac{1}{t}}$

この e を使うと，$(\log_a x)'=\frac{1}{x}\log_a e$ となる。

とくに，$a=e$ のとき，$(\log_e x)'=\frac{1}{x}$ である。　◀$\log_e e=1$

（次のページへつづく）↗

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

↗（前のページからのつづき）

【２】対数関数の導関数（基本形②）

e を底とする対数 $\log_e x$ を，x の自然対数という。

自然対数 $\log_e x$ は，底の e を省略して $\log x$ と書くことが多い。このとき，

$$\log e = 1\ ,\qquad \log_a e = \frac{\log e}{\log a} = \frac{1}{\log a}$$

であるから，前ページの対数関数の導関数は，次のようになる。

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x}\log_a e = \frac{1}{x\log a}$$ となる。

とくに，$a = e$ のとき，$\log e = 1$ であるから，$(\log x)' = \dfrac{1}{x}$ である

▼ 対数関数の導関数 ▼

基本形①：　$(\log x)' = \dfrac{1}{x}$　　◀底が e の場合（自然対数の場合）

基本形②：　$(\log_a x)' = \dfrac{1}{x\log a}$　　◀底が e 以外の定数の場合