■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

複素数と回転移動

★知識の整理★

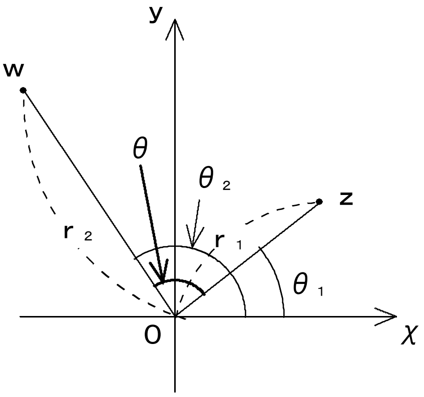
【１】原点のまわりの回転

複素数平面上の点 z を原点のまわりに θ だけ回転した点 w は，どのように表せるかを調べてみよう。

$z = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$

$w = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$

とする。



◀絶対値はわり算，偏角はひき算

ここで，極形式のわり算を考えると，

$$\frac{w}{z} = \frac{r_2}{r_1}\{\cos(\theta_2 - \theta_1) + i\sin(\theta_2 - \theta_1)\}$$

$\theta = \theta_2 - \theta_1$，　r 倍 $= \dfrac{r_2}{r_1}$ であるから，

$$\frac{w}{z} = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

両辺に z をかけて，

$w = r(\cos\theta + i\sin\theta)z$

$r = 1$ のときは，$w = (\cos\theta + i\sin\theta)z$

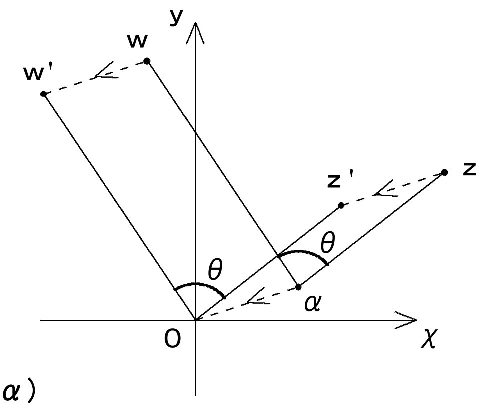
【２】点 α のまわりの回転

右図のように，点 α が原点にくるように $-\alpha$ だけ平行移動して考えると，

$w' = w - \alpha$

$z' = z - \alpha$

とする。



w，α，z の位置関係は，

w'，O，z' の位置関係と同じであるから，

$w' = r(\cos\theta + i\sin\theta)z'$

$w - \alpha = r(\cos\theta + i\sin\theta)(z - \alpha)$

$r = 1$ のときは，$w - \alpha = (\cos\theta + i\sin\theta)(z - \alpha)$

▼　点 α のまわりの回転　▼

点 z を点 α のまわりに θ だけ回転した点を w とすると，

$w - \alpha = (\cos\theta + i\sin\theta)(z - \alpha)$　ただし，zとwの絶対値が等しい場合