

軌跡が”アポロニウスの円”になる

◇ 《軌跡がアポロニウスの円になる場合》 **学力化** → / .

★解法の技術★

2点A(0, 0), B(6, 0)からの距離の比が2:1である点Pの軌跡を求めなさい。

【考え方】 軌跡の求め方

- 1 点Pの座標を (x, y) とおく。
- 2 条件を x, y の関係式で表す。
「距離についての条件」の場合は、距離を2乗する。 ◀【注】を参照
- 3 これを整理して、 x, y の満たす方程式を導く。

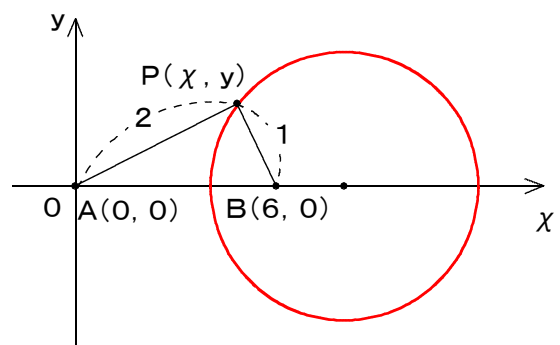
[答 案]

- 1 点Pの座標を (x, y) とおく。
- 2 $AP:BP=2:1$ すなわち、 $AP=2BP$ より、
 $AP^2=4BP^2$
であるから、
 $(x-0)^2+(y-0)^2=4\{(x-6)^2+(y-0)^2\}$
- 3 これを整理して、
 $x^2+y^2=4(x^2-12x+36+y^2)$
 $x^2+y^2=4x^2-48x+144+4y^2$
 $3x^2-48x+3y^2+144=0$
 $x^2-16x+64-64+y^2+48=0$
 $(x-8)^2+y^2=16$

* 4 (逆に、この円上のすべての点P (x, y) は、条件を満たす。)

▲ふつう、書かない。

- 5 したがって、求める軌跡は、
中心(8, 0), 半径4の円



【注】 距離を根号のついた形で求めてもいいが、両辺を2乗して根号をはずすので、最初から距離を2乗した式を作る。

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【軌跡と領域 No. 3 (1/5)】 - 〈2枚目/2枚〉

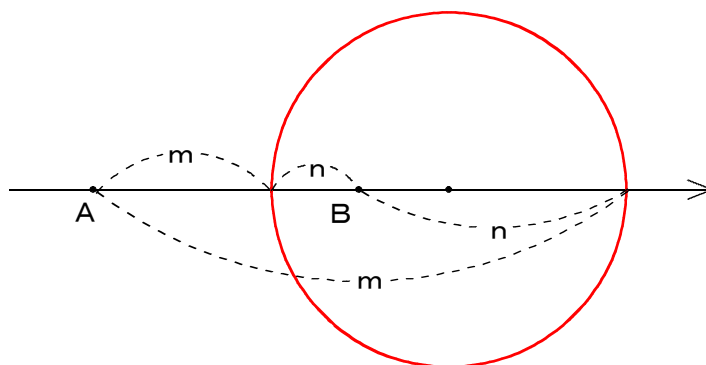
➡ (前のページからのつづき)

《資料》 《アポロニウスの円》

上の例題で、線分 AB を $2:1$ の比に内分する点 S は $S(4, 0)$ 、 $2:1$ の比に外分する点 T は $T(12, 0)$ であり、求めた点 P の軌跡は S と T を直径の両端とする円になっている。

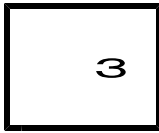
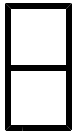
一般に、2点 A, B からの距離の比が $m:n$ である点 P の軌跡は、 $m \neq n$ のとき、線分 AB を $m:n$ に内分する点と外分する点を直径の両端とする円である。

この円を **アポロニウスの円** という。



なお、 $m = n$ のときは、2定点 A, B を結ぶ線分 AB の垂直二等分線である。

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 3・軌跡と領域

1 軌跡

(2 / 5) ■ アポロニウスの円 ■

◇ 《軌跡がアポロニウスの円になる場合》 **学力化** → / ,

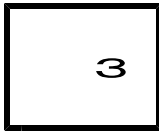
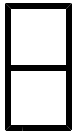
★理解のチェック★

次の条件を満たす点Pの軌跡を求めなさい。

- (1) 2点A(0, 0), B(4, 0)からの距離の比が3 : ■である点P
- (2) 2点A(-4, 0), B(■, 0)に対して, $AP : BP = 1 : 2$ を満たす点P

[答 案] **アウトプット学習は数専ゼミの教室で指導しております。**

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 3・軌跡と領域

1 軌跡

(3 / 5) ■ アポロニウスの円 ■

◇ 《軌跡がアポロニウスの円になる場合》 **学力化** → / ,

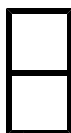
★演習★【 1 】

次の条件を満たす点Pの軌跡を求めなさい。

- (1) 2点A(2, 0), B(5, 0)からの距離の比が■ : 2である点P
- (2) 2点A(2, 0), B(■, 0)からの距離の比が2 : 3である点P

[答 案]

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 3・軌跡と領域

1 軌跡

(4 / 5) ■ アポロニウスの円 ■

◇ 《軌跡がアポロニウスの円になる場合》 **学力化** → / ,

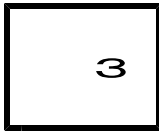
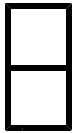
★演習★【2】

次の条件を満たす点Pの軌跡を求めなさい。

2点A(-5, 0), B(1, ■)からの距離の比が2 : 1である点P

[答 案]

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 3・軌跡と領域

1 軌跡

(5 / 5) ■ アポロニウスの円 ■

◇ 《軌跡が放物線になる場合》 **学力化** → / ,

★演習★【3】

次の条件を満たす点Pの軌跡を求めなさい。

点A(0, ■)を通り, x 軸に接する円の中心P

【考え方】点Pから点Aまでの距離と, 点Pから x 軸までの距離とが等しいことを用いて軌跡を表す方程式を作る。

[答 案]