

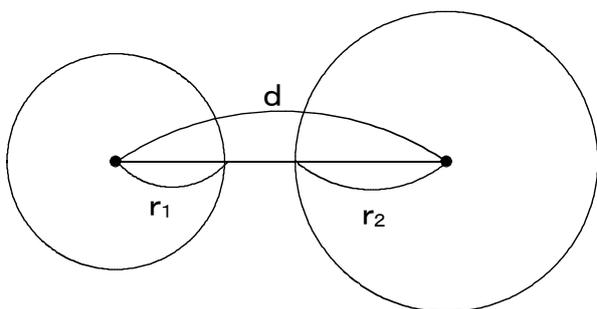
2円が接する場合

★知識の整理★

【1】2円の位置関係

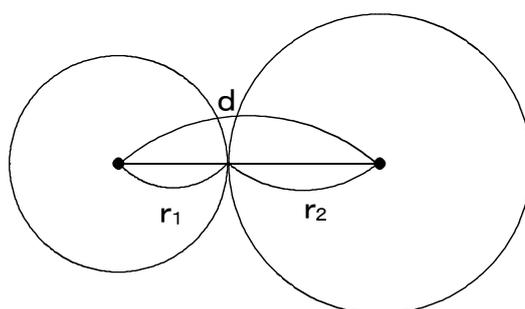
2つの円の半径を r_1 , r_2 , 2つの円の中心間の距離を d とすると, 2円の位置関係は, 次の5通りある。

① 離れている



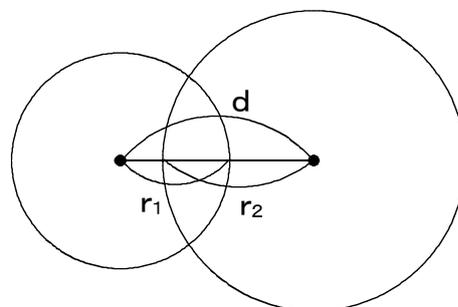
$$d > r_1 + r_2$$

② 外接する



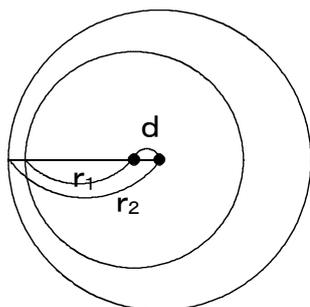
$$d = r_1 + r_2$$

③ 2点で交わる



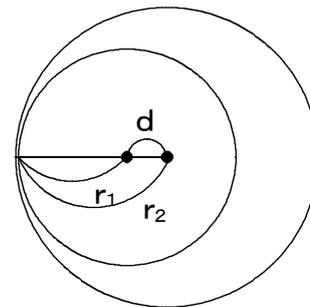
$$|r_1 - r_2| < d < r_1 + r_2$$

⑤ 一方が他方の内部にある

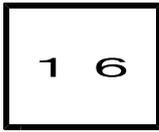


$$d < |r_1 - r_2|$$

④ 内接する



$$d = |r_1 - r_2|$$



第2章 図形と方程式 2・円と直線

3 研究(その3)

(2/6) ■ 2円の位置関係(その1) ■

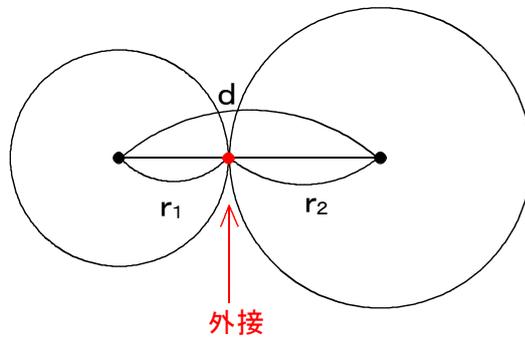
◇ 《2円が接する場合》 **学力化** → /

★解法の技術★

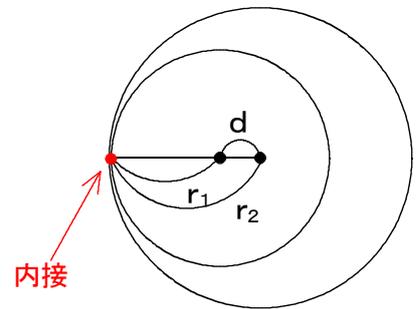
2つの円 $x^2 + y^2 = 1$ …①, $x^2 + y^2 + 6x + 8y + k = 0$ …②が接するとき、定数 k の値を求めよ。

【考え方】 2つの円の半径を r_1, r_2 , 2つの円の中心間の距離を d とすると、

2つの円が接する $\begin{cases} \text{(i)} & \text{2円が外接する} \rightarrow d = r_1 + r_2 \\ \text{(ii)} & \text{2円が内接する} \rightarrow d = |r_1 - r_2| \end{cases}$



$$d = r_1 + r_2$$



$$d = |r_1 - r_2|$$

[答 案] / ★★☆☆ /

1 (2円の中心, 半径, 中心間の距離を定義する)

①は, 中心が原点 $(0, 0)$ で, 半径 1 の円を表す。

②は, 変形すると, $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 25 - k$ となるから, ,

中心が $(3, -4)$ で, 半径 $\sqrt{25 - k}$ の円を表す。ただし, $k < 25$ 。

* この2つの円の中心間の距離を d とすると,

$$d = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$$

◀ 三平方の定理

2 (2円が外接するときの k の値を求める)

◀ 上の【考え方】の外接の場合を想定すればよい。

(i) 2つの円が外接するとき,

中心間の距離 d が2つの円の半径の和に一致するから,

$$5 = 1 + \sqrt{25 - k}$$

$$4 = \sqrt{25 - k} \quad \dots \textcircled{3}$$

両辺を2乗すると, $16 = 25 - k$

よって, $k = 9$

これは③を満たす。

$$\leftarrow \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$$

▲【注意】両辺を2乗しているから, 解が③を満たすかどうかを確認する!

$A = B \Rightarrow A^2 = B^2$ は成り立つが, $A^2 = B^2 \Rightarrow A = B$ は成り立たない。

□ □ 【円と直線 No. 16 (2/6)】 - 〈2枚目/2枚〉

➔ (前のページからのつづき)

3 (2円が内接するときのkの値を求める)

◀上の【考え方】の内接の場合を想定すればよい。

(ii) 2つの円が内接するとき、

中心間の距離dが2つの円の半径の差に一致するから、

$$5 = \sqrt{25-k} - 1$$

◀中心が(3, -4)の円の半径の方が長いから、
絶対値を使わなくとも距離の差は求まる。

$$6 = \sqrt{25-k} \quad \dots \textcircled{4}$$

(絶対値をつけて計算しても、答は同じになる。)

両辺を2乗すると、 $36 = 25 - k$

→下記【注】を参照

よって、 $k = -11$

これは④を満たす。

$$\leftarrow \sqrt{25 - (-11)} = \sqrt{36} = 6$$

▲【注意】両辺を2乗しているから、解が④を満たすかどうかを確認する！

4 (答をまとめる)

(i), (ii)より、求めるkの値は、

$$\underline{k = 9, -11}$$

【注】 $5 = |\sqrt{25-k} - 1|$ より、

$$\sqrt{25-k} - 1 = \pm 5$$

(i) $\sqrt{25-k} - 1 = 5$ のとき、

$$\sqrt{25-k} = 6$$

$$25 - k = 36$$

$$k = -11$$

(ii) $\sqrt{25-k} - 1 = -5$ のとき、

$$\sqrt{25-k} = -4$$

$$25 - k = 16$$

$$k = 9$$

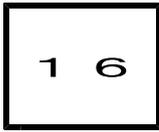
K = 9 のとき、

②の半径は $\sqrt{25-9} = 4$ となり、

2円の中心間の距離は、 $4 - 1 = 3$

となり、問題に合わない。

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 2・円と直線

3 研究(その3)

(3/6) ■ 2円の位置関係(その1) ■

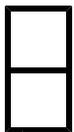
◇ 《2円が接する場合》 **学力化** → / ,

★理解のチェック★

2つの円 $x^2 + y^2 = 1$ …①, $x^2 + y^2 - 6x - \blacksquare y + 29 - 2a^2 = 0$ …②が接するとき、定数 a の値を求めよ。ただし、 $a > 0$ とする。

[答 案] / ★★☆☆ /

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 2・円と直線

3 研究(その3)

(4/6) ■ 2円の位置関係(その1) ■

◇ 《2円が接する場合》 **学力化** → / ,

★演習★【1】

次の2円が接するように、定数 a の値を定めよ。

$$x^2 + y^2 - 6ax - 4ay + 40a - 50 = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$x^2 + y^2 - 10 = 0 \quad \dots \textcircled{2}$$

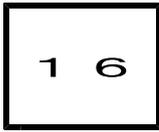
【考え方】 * 文字式の2乗の平方根は絶対値をつけて根号をはずす。 → $\sqrt{a^2} = |a|$

* 2つの円の半径を r_1, r_2 , 2つの円の中心間の距離を d とすると,

2つの円が接する $\left\{ \begin{array}{l} \text{(i)} \quad 2\text{円が外接する} \rightarrow d = r_1 + r_2 \\ \text{(ii)} \quad 2\text{円が内接する} \rightarrow d = |r_1 - r_2| \end{array} \right.$

[答 案] / ★★☆☆ /

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 2・円と直線

3 研究(その3)

(5/6) ■ 2円の位置関係(その1) ■

◇ 《2円が接する場合》 **学力化** → / ,

★演習★【2】

2つの円 $x^2 + y^2 = 1$ と $(x - a)^2 + (y - \blacksquare)^2 = 1$ が接する a の値を求めよ。

[芝浦工業大・改]

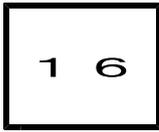
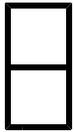
【考え方】(隠れ条件)

2円とも半径1なので内接することはない。

よって、2円が外接するときの a の値のみを求めればよい。

[答 案] / ★★☆☆ /

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 2・円と直線

3 研究(その3)

(6/6) ■ 2円の位置関係(その1) ■

◇ 《2円が接する場合》 **学力化** → / ,

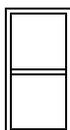
★演習★【3】

2円 $x^2 + y^2 = r^2$ ($r > 0$) …①, $x^2 + y^2 - x - 4y + 4 = 0$ …②について,
円①と円②が内接するとき, 定数 r の値を求めよ。

【考え方】 ①と②の半径の大小関係が不明なので, 中心間の距離の差は絶対値を用いて表す。

[答 案] / ★★★★★ /

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 2・円と直線

3 研究(その3)

【No. 16の後で学習☆発展問題】(1/1)

2円が接する場合

◇《2円が接する場合》**学力化** → / .

◇発展演習◇【1】

次の2円が接するとき、定数 r の値を求めなさい。ただし、 $r > 0$ とする。

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 4 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = r^2 \quad \dots \textcircled{2}$$

【考え方】内接の場合、2円の半径の差は、公式通り絶対値をつけて表現しなければならない。
 r の大きさがわからないから、中心間の距離が負になるかもしれないので、絶対値をつけておく。

[答 案] / **A・B・発展** /