



2円の交点を通る図形

★知識の整理★

【1】2円の交点を通る直線

2つの円

$$x^2 + y^2 - 10 = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0 \quad \dots \textcircled{2}$$

に対して、 k を定数として、方程式

$$x^2 + y^2 - 10 + k(x^2 + y^2 - 4x - 2y) = 0$$

で表される図形Cを考えてみよう。

2つの円①、②の交点A、Bは、
図形C上の点でもある。

よって、図形Cは、

(I) $k = -1$ のとき、 $\blacktriangleleft x^2$ と y^2 が消える

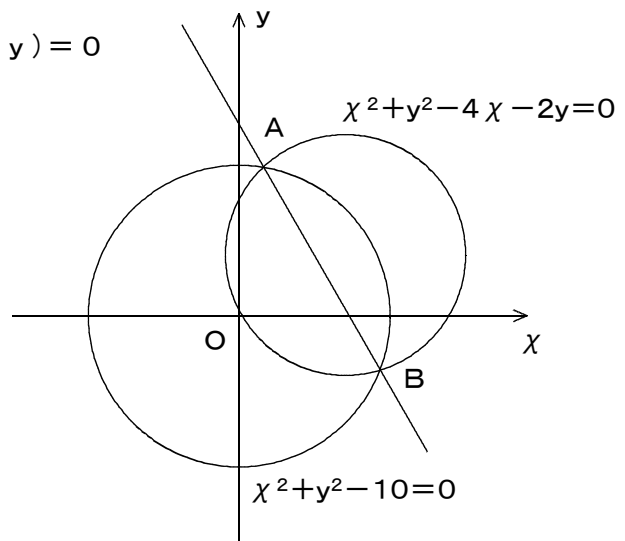
$$\text{直線AB} \quad 2x + y - 5 = 0$$

(II) $k \neq -1$ のとき、

2点A、Bを通る円

(ただし、円 $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ は除く)

を表している。 \blacktriangle No.14(1/5)を参照



★

また、上の2つの円①、②の交点A、Bと点(3, 2)を通る円の方程式を求めてみよう。

$$x^2 + y^2 - 10 + k(x^2 + y^2 - 4x - 2y) = 0 \quad \dots \textcircled{3}$$

に(3, 2)を代入すると、

$$(3)^2 + (2)^2 - 10 + k\{(3)^2 + (2)^2 - 4 \times (3) - 2 \times (2)\} = 0$$

$$3 - 3k = 0$$

これより、 $k = 1$

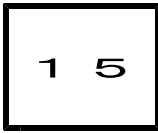
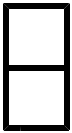
これを③に代入して、

$$x^2 + y^2 - 10 + (1)(x^2 + y^2 - 4x - 2y) = 0$$

これを整理して、

$$2x^2 + 2y^2 - 4x - 2y - 10 = 0$$

よって、 $x^2 + y^2 - 2x - y - 5 = 0$



★解法の技術★

2つの円

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5 = 0 \quad \dots \textcircled{2}$$

の共有点と点(3, 0)を通る円の方程式を求めなさい。

[答 案]

$x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5 = 0$ は点(3, 0)を通らないので、求める円の方程式は、 k を定数として、 【注1】

$$x^2 + y^2 - 5 + k(x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5) = 0 \quad \dots \textcircled{3}$$

とおける。

この円が点(3, 0)を通るから、

$$(3)^2 + (0)^2 - 5 + k\{(3)^2 + (0)^2 - 2 \times (3) - 6 \times (0) + 5\} = 0$$

$$4 + 8k = 0$$

$$k = -\frac{1}{2}$$

これを③に代入すると、

$$x^2 + y^2 - 5 + \left(-\frac{1}{2}\right)(x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5) = 0$$

これを整理して、

◀両辺に2をかけて分母を払い、同類項をまとめる

$$\underline{x^2 + y^2 + 2x + 6y - 15 = 0}$$

★

【注意】方程式③で表される図形は

- (i) $k = -1$ のときは、2つの円の交点をA, Bとすると、直線ABを表す。
- (ii) $k \neq -1$ のときは、2つの円の交点をA, Bを通る円を表すが、これには $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5 = 0$ は含まれていない。

【注1】 $(3)^2 + (0)^2 - 2 \times (3) - 6(0) + 5 = 8 \neq 0$ より

$x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5 = 0$ は点(3, 0)を通らない。

【注2】 $x^2 + y^2 = 5$ も(3, 0)を通らないので、

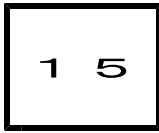
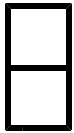
$$k(x^2 + y^2 - 5) + x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5 = 0$$

としても、求める円の方程式は、

$$\underline{x^2 + y^2 + 2x + 6y - 15 = 0}$$

となる。

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 2・円と直線

3 研究(その2)

(3/5) ■ 2円の交点を通る図形 ■

◇ 《2円の交点を通る直線》 **学力化** → / ,

★理解のチェック★

2つの円

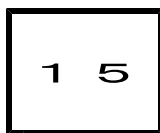
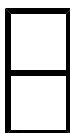
$$x^2 + y^2 - \blacksquare x - \blacksquare y - 8 = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$x^2 + y^2 = 4 \quad \dots \textcircled{2}$$

の共有点と原点を通る円の方程式を求めなさい。

[答 案] **アウトプット学習は、数専ゼミの教室で行うことができます。**

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 2・円と直線

3 研究(その2)

(4/5) ■ 2円の交点を通る図形 ■

◇ 《2円の交点を通る直線》 **学力化** → / .

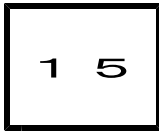
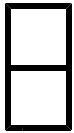
★演習★【1】

次の問いに答えなさい。

- (1) 2つの円 $x^2 + y^2 - \blacksquare x - 4y + 3 = 0$, $x^2 + y^2 = 4$ の共有点と点 $(\blacksquare, 0)$ を通る円の方程式を求めなさい。
- (2) 2つの円 $x^2 + y^2 - 6x - \blacksquare y = 0$, $x^2 + y^2 - 1 = 0$ の共有点と点 $(-3, \blacksquare)$ を通る円の方程式を求めなさい。

[答 案]

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 2・円と直線

3 研究(その2)

(5 / 5) ■ 2円の交点を通る図形 ■

◇ 《2円の交点を通る直線》 **学力化** → /

★演習★【2】

次の問いに答えなさい。

- (1) 2つの円 $x^2 + y^2 - \blacksquare x - 4y + 12 = 0$, $x^2 + y^2 - 2x - \blacksquare y = 0$ の共有点と点(4, 0)を通る円の方程式を求めなさい。
- (2) 2つの円 $x^2 + y^2 + 4x - \blacksquare y - 11 = 0$, $x^2 + y^2 - \blacksquare x - 6y + 6 = 0$ の共有点と点(2, 2)を通る円の方程式を求めなさい。

[答 案]