



第1章 場合の数と確率 3・確率とその基本性質

2 確率の基本性質 (その2)

(5/6) ■ 排反事象の加法定理 ■

◇ 《排反事象の加法定理》 **学力化** → /

★演習★【3】

赤玉3個、白玉4個、青玉5個の入った袋から、3個の玉を同時に取り出すとき、次の確率を求めなさい。

- (1) 3個とも同じ色の確率 (2) 2個以上赤玉が含まれる確率

[答 案]

全事象 U : 起こりうるすべての場合の数は、

$$[12] \text{ 個の玉から } [3] \text{ 個の玉を取り出すので, } [{}_{12}C_3] \text{ 通り}$$

$$n(U) = [{}_{12}C_3]$$

(1) 3個とも同じ色の確率

「3個とも同じ色」なのは、次の3つの場合があり、互いに排反である。

- (i) 3個とも赤玉 これを事象Aとする。
- (ii) 3個とも白玉 これを事象Bとする。
- (iii) 3個とも青玉 これを事象Cとする。

(i) 事象Aの起こる場合の数は、

$$\{ (\text{赤玉 3 個}) (\text{白玉 4 個}) (\text{青玉 5 個}) \}$$

$$\downarrow {}_3C_3$$

$$\rightarrow n(A) = [{}_3C_3]$$

赤□□□

$$\text{よって, 事象Aの起こる確率は, } P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{{}_3C_3}{{}_{12}C_3}$$

(ii) 事象Bの起こる場合の数は、

$$\{ (\text{白玉 4 個}) (\text{赤玉 3 個}) (\text{青玉 5 個}) \}$$

$$\downarrow {}_4C_3$$

$$\rightarrow n(B) = [{}_4C_3]$$

白□□□

$$\text{よって, 事象Bの起こる確率は, } P(B) = \frac{n(B)}{n(U)} = \frac{{}_4C_3}{{}_{12}C_3}$$

(iii) 事象Cの起こる場合の数は、

$$\{ (\text{青玉 5 個}) (\text{白玉 4 個}) (\text{赤玉 3 個}) \}$$

$$\downarrow {}_5C_3$$

$$\rightarrow n(C) = [{}_5C_3]$$

青□□□

$$\text{よって, 事象Cの起こる確率は, } P(C) = \frac{n(C)}{n(U)} = \frac{{}_5C_3}{{}_{12}C_3}$$

□ □ 【確率とその基本性質 No. 6 (5/6)】 - 〈2枚目/2枚〉

➤ (前のページからのつづき)

(i)と(ii)と(iii)より, 求める確率確率は, 排反事象の加法定理より,

$$\begin{aligned}
 P(A \cup B \cup C) &= P(A) + P(B) + P(C) \\
 &= \frac{{}_3C_3}{{}_{12}C_3} + \frac{{}_4C_3}{{}_{12}C_3} + \frac{{}_5C_3}{{}_{12}C_3} \\
 &= \frac{1}{\frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1}} + \frac{4}{\frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1}} + \frac{\frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1}}{\frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1}} \\
 &= \frac{1}{220} + \frac{4}{220} + \frac{10}{220} = \frac{15}{220} = \frac{3}{44}
 \end{aligned}$$

答 [$\frac{3}{44}$]

(2) 2個以上赤玉が含まれる確率

- 「2個以上赤玉が含まれる」のは, 次の2つの場合があり, 互いに排反である。
- (i) 2個が赤玉これを事象Aとする。
 - (ii) 3個が赤玉これを事象Bとする。

(i) 事象Aの起こる場合の数は,

{ (赤玉3個) (白玉4個, 青玉5個) }

$$\begin{array}{ccc}
 \downarrow {}_3C_2 & \downarrow {}_9C_1 & \rightarrow n(A) = [{}_3C_2 \times {}_9C_1] \\
 \text{赤}\square\square & \text{他}\square &
 \end{array}$$

よって, 事象Aの起こる確率は, $P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{{}_3C_2 \times {}_9C_1}{{}_{12}C_3}$

* 計算は後でまとめてやるので, ここでは求める式だけを書く

(ii) 事象Bの起こる場合の数は,

(1) より, $n(B) = [{}_3C_3]$

よって, 事象Bの起こる確率は, $P(B) = \frac{{}_3C_3}{{}_{12}C_3}$

(i)と(ii)より, 求める確率は, 排反事象の加法定理より,

$$\begin{aligned}
 P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\
 &= \frac{{}_3C_2 \times {}_9C_1}{{}_{12}C_3} + \frac{{}_3C_3}{{}_{12}C_3} \\
 &= \frac{3 \times 9}{\frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1}} + \frac{1}{\frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1}} \\
 &= \frac{27}{220} + \frac{1}{220} = \frac{28}{220} = \frac{7}{55}
 \end{aligned}$$

答 [$\frac{7}{55}$]