

第1章 場合の数と確率 3・確率とその基本性質

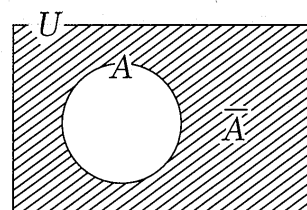
2 確率の基本性質 (その3)

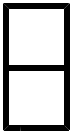
(1/7) ■ 余事象とその確率 ■

余事象とその確率

★知識の整理★

- どんな事象 A についても、事象 A が起こる確率 $P(A)$ は $0 \leq P(A) \leq 1$
- 空事象 ϕ について、空事象 ϕ が起こる確率 $P(\phi)$ は $P(\phi) = 0$
(例) さいころで7の目が出る。
- 全事象 U について、全事象 U が起こる確率 $P(U)$ は $P(U) = 1$
(例) さいころで1以上6以下の目が出る。
- 事象 A に対して「 A が起こらない」という事象を、 A の余事象といい、 \bar{A} で表す。
 $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ ← $P(A) + P(\bar{A}) = 1$
- 「少なくとも～」は余事象を考える。





第1章 場合の数と確率 3・確率とその基本性質

2 確率の基本性質 (その3)

(2/7) ■ 余事象とその確率 ■

★解法の技術★

次の問いに答えなさい。

- (1) 1から50までの数字が1つずつ書かれた50枚のカードから、1枚引くとき、3の倍数でない確率を求めなさい。
- (2) ジョーカーを除く1組のトランプ52枚から、3枚を同時に引くとき、少なくとも1枚が絵札である確率を求めなさい。

【考え方】事象 A に対して「 A が起こらない」という事象を、 A の余事象といい、 \overline{A} で表す。

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) \quad \leftarrow \quad P(A) + P(\overline{A}) = 1$$

[答 案]

- (1) 全事象 U : 起こりうるすべての場合の数は、
50枚のカードから1枚引くので、 ${}_{50}C_1$ 通り。
 $n(U) = {}_{50}C_1$

3の倍数でない確率

「3の倍数でない」という事象は、
「3の倍数である」という事象 A の余事象 \overline{A} である。

- [1] 事象 A : 「3の倍数である」という事象を A とすると、
事象 A の起こる場合の数は、
1から50までの3の倍数の個数は、
{ $3 \cdot 1, 3 \cdot 2, \sim, 3 \cdot 16$ } より、 $16 - 1 + 1 = 16$ (個)
{ (3の倍数16枚) (その他34枚) }
↓ ${}_{16}C_1$
3の倍数□
 $n(A) = {}_{16}C_1$

よって、事象 A の起こる確率は、
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{{}_{16}C_1}{{}_{50}C_1}$$

* 計算は後でまとめてやるので、ここでは求める式だけを書く

- [1] より、3の倍数でない確率 $P(\overline{A})$ は

$$\begin{aligned} P(\overline{A}) &= 1 - P(A) = 1 - \frac{{}_{16}C_1}{{}_{50}C_1} \\ &= 1 - \frac{16}{50} = 1 - \frac{8}{25} = \frac{17}{25} \end{aligned}$$

答 $\frac{17}{25}$

- (2) 全事象 U : 起こりうるすべての場合の数は、
52枚のカードから3枚引くので、 ${}_{52}C_3$ 通り。
 $n(U) = {}_{52}C_3$

□ □ 【確率とその基本性質 No. 7 (2/7)】 - 〈2枚目/2枚〉

➔ (前のページからのつづき)

少なくとも1枚が絵札である確率

「少なくとも1枚が絵札である」という事象は、
「絵札が1枚もない」という事象 B の余事象 \overline{B} である。

[1] 事象 B : 「絵札が1枚もない」という事象を B とすると、
事象 B の起こる場合の数は、

$$\begin{aligned} & \{ (\text{絵札以外の } 40 \text{ 枚}) (\text{絵札 } 12 \text{ 枚}) \} \\ & \quad \downarrow {}_{40}C_3 \\ & \text{絵札以外 } \square\square\square \\ & n(B) = {}_{40}C_3 \end{aligned}$$

$$\text{よって、事象 } B \text{ の起こる確率は、 } P(B) = \frac{n(B)}{n(U)} = \frac{{}_{40}C_3}{{}_{52}C_3}$$

* 計算は後でまとめてやるので、ここでは求める式だけを書く

[1] より、少なくとも1枚が絵札である確率 $P(\overline{B})$ は

$$\begin{aligned} P(\overline{B}) &= 1 - P(B) = 1 - \frac{{}_{40}C_3}{{}_{52}C_3} \\ &= 1 - \frac{40 \cdot 39 \cdot 38}{52 \cdot 51 \cdot 50} \\ &= 1 - \frac{38}{85} = \frac{47}{85} \end{aligned}$$

答 $\frac{47}{85}$