

第2章 図形と方程式 2・円と直線

3 研究 (その1)

(1/5) ■ 2直線の交点を通る直線 ■

2直線の交点を通る直線

★知識の整理★

【1】 2直線の交点を通る直線

2直線  $2x - y - 3 = 0$  …①

$x + 2y - 4 = 0$  …②

の交点の座標は、2直線の方程式を連立させて解いて、点(2, 1)になる。

★

k を定数として、方程式

$2x - y - 3 + k(x + 2y - 4) = 0$  …③

を考えてみよう。

$k = -2, -1, 0, 1, 2$

のとき、③は、それぞれ、右の図のような直線を表し、

いずれも、定点(2, 1)を通っている。 ◀①に  $x=2, y=1$  を代入すると、いずれも0になるということ

したがって、③は、2直線①、②の交点を通る直線を表している。

ただし、③は、直線② ( $x + 2y - 4 = 0$ ) は表さない。

【注1】

【注1】 ③の方程式は、①と②の2つの直線の交点(2, 1)を通る直線を表すが、直線② ( $x + 2y - 4 = 0$ ) を表すことはできない。

これは、直線  $x + 2y - 4 = 0$  上の点(0, 2)が次のように、③を満たさないからわかる。

$$\begin{cases} x=0, y=2 \text{ を③の式に代入すると,} \\ 2x - y - 3 + k(x + 2y - 4) \\ = 2 \cdot 0 - 2 - 3 + k(0 + 2 \cdot 2 - 4) \\ = -5 \neq 0 \\ \text{となり, (0, 2) は③の等式を満たさない。} \end{cases}$$

◀  $x + 2y - 4 = 0$  より  
 $y = -\frac{1}{2}x + 2$   
 だから、(0, 2) はこの直線上の点である。

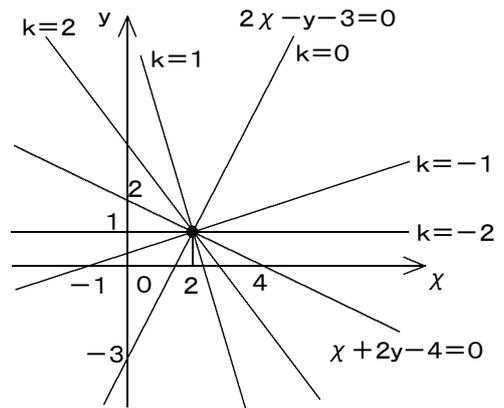
【注2】 交点(2, 1)を通り、②を含む直線を表すには、

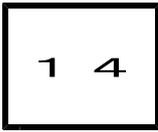
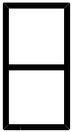
$k(2x - y - 3) + (x + 2y - 4) = 0$

とすればよい。ただし、こちらは直線①を表すことができない。

【注3】 交点(2, 1)を通る直線のすべてを表す方程式は、定数 k, l を用いて、次のように書ける。

$k(2x - y - 3) + l(x + 2y - 4) = 0$





◇ 《2直線の交点を通る直線》 **学力化** → / .

★解法の技術★

次の2直線①, ②が与えられている。

$$\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 & \dots ① \\ x - 3y + 2 = 0 & \dots ② \end{cases}$$

(1) 2直線①, ②の交点の座標を求めなさい。

(2) 直線  $2x + y - 3 + k(x - 3y + 2) = 0$  …③

は, ①, ②の交点を通ることを示しなさい。

(3) ①, ②の交点と点(5, 2)を通る直線の方程式を求めなさい。

[答 案]

$$\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 & \dots ① \\ x - 3y + 2 = 0 & \dots ② \end{cases}$$

(1) ①-②×2より

$$\begin{array}{r} 2x + y - 3 = 0 \\ -) 2x - 6y + 4 = 0 \\ \hline 7y - 7 = 0 \\ 7y = 7 \\ y = 1 \end{array}$$

これを①に代入して

$$\begin{array}{r} 2x + 1 - 3 = 0 \\ 2x = 2 \\ x = 1 \end{array}$$

$$\underline{(x, y) = (1, 1)}$$

(2) (証明)

$$2x + y - 3 + k(x - 3y + 2) = 0 \quad \dots ③$$

$(x, y) = (1, 1)$ のとき,

$$\begin{cases} 2 \times (1) + (1) - 3 = 0 \\ \text{かつ} \\ (1) - 3 \times (1) + 2 = 0 \end{cases}$$

だから, ③は必ず成立する。 ◀恒等式の性質より  
よって, 与えられた直線③は, ①と②の交点を通る。

ただし, ③は直線  $x - 3y + 2 = 0$  は表さない。  
(証明終わり)

(3)

① (2直線の交点を通る直線を定数kを用いて表す)

2直線①, ②は, 傾きが異なるから1点で交わり,

kを定数とした方程式  $2x + y - 3 + k(x - 3y + 2) = 0$  …③

は, ①, ②の交点を通る直線を表す。

(ただし, ③の式は, 直線② ( $x - 3y + 2 = 0$ ) は表さない。)

◀前ページ参照

② (kの値を求める)

③が点(5, 2)を通るとき,  $x = 5, y = 2$ を③に代入して,

$$\begin{array}{r} 2 \cdot 5 + 2 - 3 + k(5 - 3 \cdot 2 + 2) = 0 \\ 9 + k = 0 \text{より, } k = -9 \quad \dots ④ \end{array}$$

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【円と直線 No. 1 4 (2 / 5)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

↗ (前のページからのつづき)

③ (直線の方程式を求める)

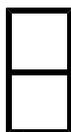
④を③に代入して,

$$2x + y - 3 + (-9)(x - 3y + 2) = 0$$

$$2x + y - 3 - 9x + 27y - 18 = 0$$

$$-7x + 28y - 21 = 0$$

$$\underline{x - 4y + 3 = 0}$$



第2章 図形と方程式 2・円と直線

3 研究(その1)

(3/5) ■ 2直線の交点を通る直線 ■

◇ 《2直線の交点を通る直線》 **学力化** → /

-----★理解のチェック★-----

次の2直線①, ②が与えられている。

$$\begin{cases} 3x - 2y + 1 = 0 & \dots ① \\ 4x + 3y - 10 = 0 & \dots ② \end{cases}$$

- (1) ①, ②の交点と点(■, 1)を通る直線の方程式を求めなさい。
- (2) ①, ②の交点と点(0, ■)を通る直線の方程式を求めなさい。
- (3) ①, ②の交点と点(4, ■■■)を通る直線の方程式を求めなさい。

-----  
[答 案]

1 (2直線の交点を通る直線を定数kを用いて表す)

(1) ①, ②の交点と点(■, 1)を通る直線

2 (kの値を求める)

3 (直線の方程式を求める)

(2) ①, ②の交点と点(0, ■)を通る直線

2 (kの値を求める)

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【円と直線 No. 1 4 (3 / 5)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

↗ (前のページからのつづき)

3 (直線の方程式を求める)

(3) ①, ②の交点と点(4, ■■■)を通る直線

2 (kの値を求める)

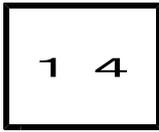
◀ ここでは, kは求まらない!

3 (直線の方程式を求める)

そこで,

◀ kが求まらないときの「手」(その1)

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 2・円と直線

3 研究(その1)

(4/5) ■ 2直線の交点を通る直線 ■

◇ 《2直線の交点を通る直線》 **学力化** → / .

★演習★【1】

2直線  $4x + \blacksquare y + 12 = 0$ ,  $x - 2y - \blacksquare = 0$  の交点と点(6, 8)を通る直線の方程式を求めなさい。

[答 案]

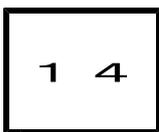
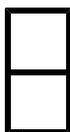
$$\begin{cases} 4x + \blacksquare y + 12 = 0 & \dots \textcircled{1} \\ x - 2y - \blacksquare = 0 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

1 (2直線の交点を通る直線を定数kを用いて表す)

2 (kの値を求める)

3 (直線の方程式を求める)

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 2・円と直線

3 研究(その1)

(5 / 5) ■ 2直線の交点を通る直線 ■

◇ 《2直線の交点を通る直線》 **学力化** → / .

★演習★【2】

2直線  $3x + 4y - \blacksquare = 0$ ,  $4x - y + 6 = 0$  の交点と点  $(1, \blacksquare)$  を通る直線の方程式を求めなさい。

\* 前ページの★演習★【1】が解けた人は、この問題を解く必要はありません。

[答 案]

$$\begin{cases} 3x + 4y - \blacksquare = 0 & \dots \textcircled{1} \\ 4x - y + 6 = 0 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

1 (2直線の交点を通る直線を定数kを用いて表す)

2 (kの値を求める)

3 (直線の方程式を求める)