

高次関数の最大・最小

★知識の整理★

【1】関数の最大と最小の求め方

グラフや増減表をかき、それらを使って最大、最小を判断する。

(数Ⅲで扱うややこしい関数で、グラフをかくことが難しいときは、増減表だけを使う。)

定義域の両端の値と極値を求めてそれらと比較して、最大値、最小値を見つける。

— ●★解法の技術★の学習のしかた● —

- (1) 下の答案を学習し、解法プロセスを覚えましょう。／覚えたら、.....
- (2) 模範解答を見ないで、次のページの★理解のチェック★の問題を解いてみましょう。
(模範解答を見ながら答案を書いても力はずきません。一度、「解法プロセス」を頭の中に入れることが大切です。)

◇ 《高次関数の最大・最小》 **学力化** →

★解法の技術★

$f(x) = x^2(x^2 - 4)$ ($-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$) の最大値、最小値を求めよ。

【考え方】 最大値、最小値を求めるには、増減表をつくる必要があるので、

$f'(x)$ を調べて、接線の傾きを調べることによって、グラフのだいたいの形を判断し、どこで増加して、どこで減少していくかを判断する。

[答 案]

$$f(x) = x^2(x^2 - 4)$$

1 (定義域を調べる)

$$\text{条件より, } -\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$$

2 (導関数を求める)

$$f'(x) = \{x^2(x^2 - 4)\}'$$

$$= (x^2)'(x^2 - 4) + (x^2)(x^2 - 4)'$$

◀積の微分

$$= 2x(x^2 - 4) + (x^2) \cdot 2x$$

$$= 2x(x^2 - 4 + x^2)$$

$$= 2x(2x^2 - 4)$$

$$= 4x(x^2 - 2)$$

$$= 4x(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2}) \quad \dots \textcircled{1}$$

□ □ 【導関数の応用 No. 1 2 (1 / 4)】 - < 2 枚目 / 3 枚 >

➡ (前のページからのつづき)

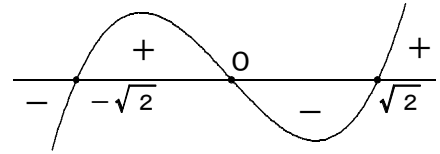
3 (増減表を作って、最大値・最小値を求める)

・ ①で、 $f'(x) = 0$ となる x の値は、

$$4x(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2}) = 0$$

$$x = -\sqrt{2}, 0, \sqrt{2} \dots \textcircled{2}$$

◀接線の傾きが0になる x の値を求める



◀3次関数だからグラフは上のようになる。→【注】

◀まず、このデータだけで表を作っておき、その後、 $f(x)$ の値を調べて、その増減を表に書き込む。

・ よって、増減表は、定義域と②より、次のようになる。

x	$-\sqrt{3}$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$\sqrt{3}$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	-3	↘	-4	↗	0	↘	-4	↗	-3
			↑		↑		↑		
			最小値		最大値		最小値		

$f(x)$ の値を求める

$f(x)$ において、

$$x = -\sqrt{3} \text{ のとき, } f(-\sqrt{3}) = (-\sqrt{3})^2 \{(-\sqrt{3})^2 - 4\} = -3$$

$$x = -\sqrt{2} \text{ のとき, } f(-\sqrt{2}) = (-\sqrt{2})^2 \{(-\sqrt{2})^2 - 4\} = -4$$

$$x = 0 \text{ のとき, } f(0) = (0)^2 \{(0)^2 - 4\} = 0$$

$$x = \sqrt{2} \text{ のとき, } f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^2 \{(\sqrt{2})^2 - 4\} = -4$$

$$x = \sqrt{3} \text{ のとき, } f(\sqrt{3}) = (\sqrt{3})^2 \{(\sqrt{3})^2 - 4\} = -3$$

* この値を求めてから増減表の $f(x)$ 欄をうめる。

・ $f(x)$ の最大値と最小値を求める

◀極値と定義域の両端の関数の値を比較する

増減表より、 $x = 0$ で最大値 0 、 $x = \pm\sqrt{2}$ で最小値 -4 をとる。

(次のページへつづく) ➡