■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

1

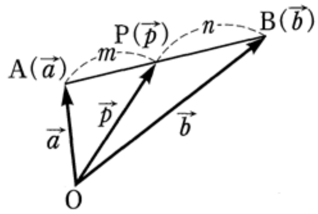
第２章　平面上のベクトル　２・ベクトルと図形
1 位置ベクトル（その１）
（２／８）■　分点の位置ベクトル　■

分点の位置ベクトル

★知識の整理★

【１】内分点の位置ベクトル

２点Ａ($\vec{a}$)，Ｂ($\vec{b}$)に対して，線分ＡＢをｍ：ｎに内分する点Ｐの位置ベクトル $\vec{p}=\overrightarrow{OP}$ を求めてみよう。



$$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AP}$$ ◀ベクトルの和

$$=\vec{a}+\frac{m}{m+n}(\vec{b}-\vec{a})$$ ◀ $\overrightarrow{AP}=\frac{m}{m+n}\overrightarrow{AB}=\frac{m}{m+n}(\vec{b}-\vec{a})$

$$=\frac{\vec{a}(m+n)}{m+n}+\frac{m(\vec{b}-\vec{a})}{m+n}$$

$$=\frac{m\vec{a}+n\vec{a}+m\vec{b}-m\vec{a}}{m+n}$$

$$=\frac{n\vec{a}+m\vec{b}}{m+n}$$

よって，$\vec{p}=\overrightarrow{OP}=\dfrac{n\vec{a}+m\vec{b}}{m+n}$　◀内分点の位置ベクトル

【２】外分点の位置ベクトル

２点Ａ($\vec{a}$)，Ｂ($\vec{b}$)に対して，線分ＡＢをｍ：ｎに外分する点Ｑの位置ベクトル $\vec{q}=\overrightarrow{OQ}$ は，ｍ＞ｎ，ｍ＜ｎのいずれの場合でも，次のように，内分点の位置ベクトルのｎを－ｎに置きかえた式になります。

$$\vec{q}=\overrightarrow{OQ}=\frac{-n\vec{a}+m\vec{b}}{m-n}$$ ◀外分点の位置ベクトル

＊証明を知りたい人は，教科書や参考書などを調べてください。ここで大切なことは，この公式を問題の中で使えることであって，証明ができることではありません。

【３】中点の位置ベクトル

◀中点は1：1に内分する点

とくに，線分ＡＢの中点Ｍの位置ベクトル $\vec{m}$ は

$$\vec{m}=\frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$$ ◀中点の位置ベクトル

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

5

第２章　平面上のベクトル　２・ベクトルと図形
２ 位置ベクトルと図形（その３）
（２／７）■　２直線の交点　■

★解法の技術★

△ＯＡＢにおいて，辺ＯＡを３：２に内分する点をＣ，辺ＯＢを２：１に内分する点をＤとし，線分ＡＤと線分ＢＣの交点をＰとする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とするとき，$\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表しなさい。

【考え方】前のプリントを参照

［答　　案］

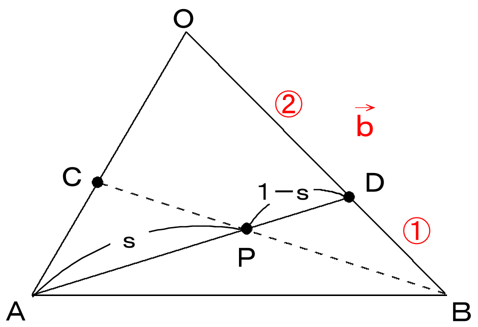
1　ＡＰ：ＰＤ＝ｓ：（１－ｓ）とすると，
点ＰはＡＤをｓ：（１－ｓ）に内分する点になるので

$$\overrightarrow{OP}=\frac{(1-s)\overrightarrow{OA}+s\overrightarrow{OD}}{s+(1-s)}$$

$$=(1-s)\vec{a}+\frac{2}{3}s\vec{b}\quad\cdots①$$

▲$\overrightarrow{OD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}=\frac{2}{3}\vec{b}$

点Pを線分AD上で考える



2　ＢＰ：ＰＣ＝ｔ：（１－ｔ）とすると，
点ＰはＢＣをｔ：（１－ｔ）に内分する点になるので

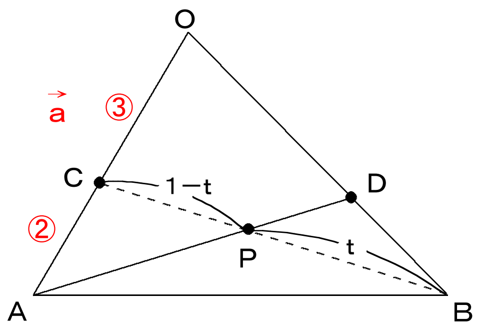
$$\overrightarrow{OP}=\frac{(1-t)\overrightarrow{OB}+t\overrightarrow{OC}}{t+(1-t)}$$

$$=(1-t)\vec{b}+\frac{3}{5}t\vec{a}$$

▲$\overrightarrow{OC}=\frac{3}{5}\overrightarrow{OA}=\frac{3}{5}\vec{a}$

$$=\frac{3}{5}t\vec{a}+(1-t)\vec{b}\quad\cdots②$$

点Pを線分BC上で考える



3　①＝②より，$(1-s)\vec{a}+\frac{2}{3}s\vec{b}=\frac{3}{5}t\vec{a}+(1-t)\vec{b}$

$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行でなく，$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ なので，

◀$\vec{a}$と$\vec{b}$ は１次独立という。（資料参照）

$$\begin{cases}1-s=\frac{3}{5}t\\[4pt]\frac{2}{3}s=1-t\end{cases}$$

この連立方程式を解いて，$s=\frac{2}{3}$

$\overrightarrow{OP}$ を①または②を利用して表すので，ｓ，ｔのどちらか片方だけ求めればよい。

4　$s=\frac{2}{3}$ を①に代入して整理すると，$\underline{\overrightarrow{OP}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{4}{9}\vec{b}}$