

第5章 微分と積分 3・積分

3 面積と定積分 (その3)

(7/7) ■ 3次関数のグラフと直線で囲まれた部分の面積 ■

◇ 《接線とて囲まれた部分の面積》 **学力化** → /

★演習★【5】 + α

曲線  $y = x^3 - 3x$  上の点(2, 2)における接線とこの曲線とで囲まれた部分の面積  $S$  を求めなさい。

[答 案]

1 (接線の方程式を求める)

$$f(x) = x^3 - 3x \text{ とする。}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3 \text{ であるので、}$$

$$f'(2) = 3 \cdot (2)^2 - 3 = 9$$

よって、求める接線は

傾き9, 点(2, 2)を通る直線なので

$$y - 2 = 9(x - 2)$$

$$y = 9x - 16$$

2 (3次関数と接線の交点を求める)

$$\begin{cases} y = x^3 - 3x & \dots \text{①} \\ y = 9x - 16 & \dots \text{②} \end{cases}$$

①=②より,

$$x^3 - 3x = 9x - 16$$

$$x^3 - 12x + 16 = 0$$

$$(x - 2)(x^2 + 2x - 8) = 0$$

$$(x - 2)(x - 2)(x + 4) = 0$$

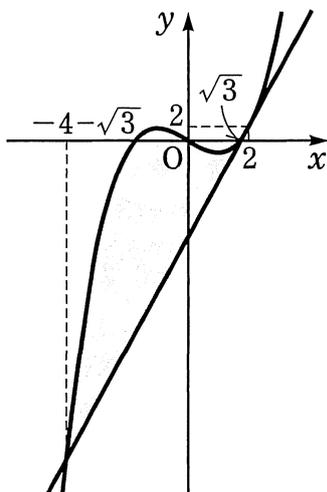
$$(x - 2)^2(x + 4) = 0$$

$$x = 2, -4$$

◀  $x$  座標のみでよい。

$\frac{2}{-}$	1	0	-12	16
+		2	4	-16
	1	2	-8	0

3 (グラフをかく)



4 (面積を求める)

左の図より,

$$S = \int_{-4}^2 \{(x^3 - 3x) - (9x - 16)\} dx$$

$$= \int_{-4}^2 (x^3 - 12x + 16) dx$$

$$= \left[ \frac{1}{4}x^4 - 6x^2 + 16x \right]_{-4}^2$$

$$= \left( \frac{1}{4} \cdot 2^4 - 6 \cdot 2^2 + 16 \cdot 2 \right)$$

$$- \left\{ \frac{1}{4} \cdot (-4)^4 - 6 \cdot (-4)^2 + 16 \cdot (-4) \right\}$$

$$= 12 - (-96)$$

$$= \underline{108}$$