■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

１６

第１章　いろいろな式　３・高次方程式
**４** 剰余の定理と因数定理（その３）
（１／５）■　因数定理　■

# 因数定理

★知識の整理★

## 【１】因数定理

整式Ｐ（χ）をχ－ａで割ったときのあまりはＰ（ａ）であるから，割り切れるのは，Ｐ（χ）＝０のときである。このとき，Ｐ（χ）＝（χ－ａ）Ｑ（χ）と因数分解できる。

よって，次の因数定理が成り立つ。

**▼　因数定理　▼**

**χ－ａが整式Ｐ（χ）の因数　⟺　Ｐ（ａ）＝０**

（例）　$P(x)=x^3+x^2-3x-6$ に $x=2$ を代入すると，
$P(2)=2^3+2^2-3\cdot 2-6=0$
よって，$x-2$ は，$x^3+x^2-3x-6$ の因数である。

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

１６

第１章　いろいろな式　３・高次方程式

**4** 剰余の定理と因数定理（その３）

（２／５）■　因数定理　■

★解法の技術★

> 次の問いに答えなさい。
> (1)　$\chi^3+2\chi^2-\chi-2$　を因数分解しなさい。
> (2)　整式$P(\chi)=\chi^3+2\chi^2+m\chi-4$が　$\chi+1$を因数にもつとき，mの値を求めなさい。

【考え方】<u>因数定理</u>

**$\chi-a$　が整式$P(\chi)$の因数　⟺　$P(a)=0$**

因数定理を用いた因数分解では，$P(a)=0$となるようなaの値を探します。
その際のaの値の探し方については，枠外の【注】に詳しく説明してあります。

［答　　案］

(1)　$P(\chi)=\chi^3+2\chi^2-\chi-2$とおくと，

$P(1)=1^3+2\cdot1^2-1-2=0$　　◀$P(\chi)$の定数項6の約数±1，±2，±3，±6を考える

したがって，$P(\chi)$は$\chi-1$を因数にもつ。

$P(\chi)$を$\chi-1$で割ると，商は$\chi^2+3\chi+2$である。

よって，

$\chi^3+2\chi^2-\chi-2=(\chi-1)(\chi^2+3\chi+2)$　　◀組立除法を利用する

$=\underline{(\chi-1)(\chi+1)(\chi-2)}$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | +2 | −1 | −2 |
| | | 1 | 3 | 2 |
| | 1 | 3 | 2 | 0 |

(2)　$P(\chi)$が$\chi+1$を因数にもつので，$P(-1)=0$

よって，

$(-1)^3+2\cdot(-1)^2+m\cdot(-1)-4=0$

$-1+2-m-4=0$

$-m=\ \ 3$より，$\underline{m=-3}$

【注】高次式$P(\chi)$を因数分解するとき，$P(k)=0$となるkの値の候補は，

$$\pm\frac{定数項の約数}{最高次の係数の約数}$$

（例）　$2\chi^3+5\chi^2+5\chi-4$を因数分解する。

$P(\chi)=2\chi^3+5\chi^2+5\chi-4$とする

$$\pm\frac{1}{1},\ \pm\frac{2}{1},\ \pm\frac{4}{1},\ \pm\frac{1}{2},\ \pm\frac{2}{2},\ \pm\frac{4}{2}$$

すなわち，$P(k)=0$となるkの値の候補は，$\underline{\pm1,\ \pm2,\ \pm4,\ \pm\frac{1}{2}}$