■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

第５章　微分法　３・導関数の応用

3 関数の増減（その３）

（１／４）■　関数の極大・極小（その１）　■

関数の極大と極小の求め方

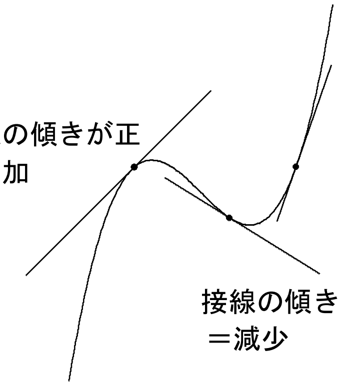
★知識の整理★

【１】関数の増減とは？

数学Ⅱの復習

「χが増加するときに，ｙが増加するか減少するか」

ということ。



【２】どうやって調べるか？

数式では，「接線の傾き」を調べればわかる。

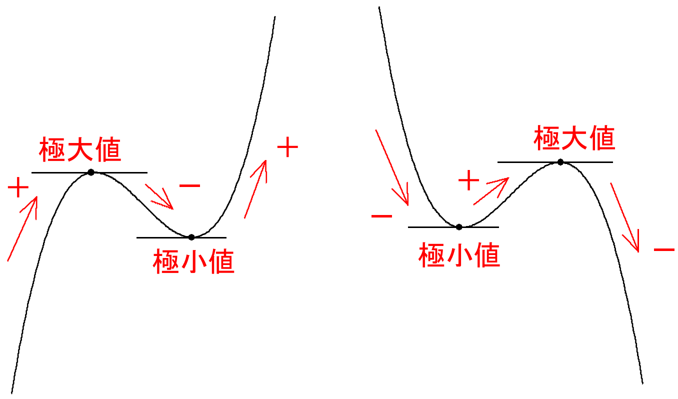
・接線の傾きが正ならば，ｙは増加する。

・接線の傾きが負ならば，ｙは減少する。

（方法）「接線の傾き」は，微分して正負を調べればよい。

【３】極値とは？

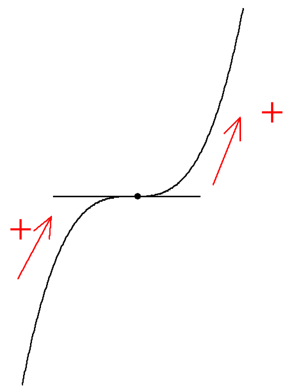
接線の傾きの正負が変わる点を **極値** という。



＊極大値を極小値をあわせて極値という。

接線の傾きが０の点が極値であることが多いが…

【注意】



＊接線の傾きが０であるが，

これは極値ではない。

なぜならば，接線の傾きの

正負が変わっていないから。

＊ $f'(\mathrm{a})=0$ となる $\chi=\mathrm{a}$ の前後で，$f'(\chi)$ の符号が

正から負に変わるとき，$f(\chi)$ は，$\chi=\mathrm{a}$ で極大になり，

負から正に変わるとき，$f(\chi)$ は，$\chi=\mathrm{a}$ で極小になる。

（次のページへつづく）

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

↗（前のページからのつづき）

【3】増減表とは？

χ, $f'(\chi)$, $f(\chi)$ の増減をまとめたものを **増減表** という。

（例）　$y=\chi^3-3\chi^2+2$

$y'=3\chi^2-6\chi$　…①

①で，$y'=0$ となる χ の値は，

$3\chi^2-6\chi=0$

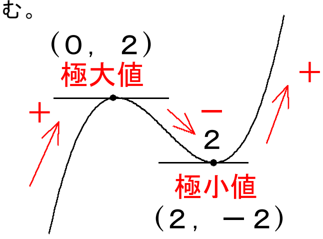
$\chi^2-2\chi=0$

$\chi(\chi-2)=0$ より，$\chi=0,\ 2$　…②

よって，増減表は，②より，

◀まず，このデータだけで表を作っておき，その後，y' の符号と yの増減を調べて，表に書き込む。

χ		0		2	
y'	＋	0	－	0	＋
y	↗	2	↘	－2	↗
		↑ 極大値		↑ 極小値	



・ y' の符号を調べると，①で，　◀下記【注】を参照。

$\chi<0$ のとき，$3\chi^2-6\chi>0$ であるから，$y'>0$

$0<\chi<2$ のとき，$3\chi^2-6\chi<0$ であるから，$y'<0$

$\chi>2$ のとき，$3\chi^2-6\chi>0$ であるから，$y'>0$

・極値を調べると，増減表より，

$\chi=0$ のとき，極大値をとり，$y=(0)^3-3(0)^2+2=2$

$\chi=2$ のとき，極小値をとり，$y=(2)^3-3(2)^2+2=-2$

よって，<u>$\chi=0$ で極大値 2，$\chi=2$ で極小値 －2</u>

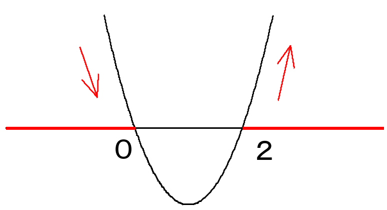
以上は，高校数学Ⅱの範囲
数学Ⅲでは，関数が少しややこしくなるだけで，考え方はまったく同じ。

【注】

＊数Ⅱでは，$y'=0$ となる χ の値を調べ，導関数のグラフを使って増減を調べましたが，ここでは y' の符号の正負を調べて関数値の増減を求めます。

＊ $y'=0$ となる χ の値がわかってもその前後の関数値の増減の判別が難しい場合があるから。

導関数のグラフ



■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

分数関数の極大・極小

●★解法の技術★の学習のしかた●

(1) 下の答案を学習し，解法プロセスを覚えましょう。／覚えたら，.....
(2) 模範解答を見ないで，次のページの★理解のチェック★の問題を解いてみましょう。
（模範解答を見ながら答案を書いても力はつきません。一度，「解法プロセス」を頭の中に入れることが大切です。）

◇《分数関数の極大・極小》 学力化➡　　／　，

★解法の技術★

次の関数の増減を調べ，極値を求めよ。

(1) $y=\dfrac{\chi+1}{\chi^2+3}$

【考え方】関数の 極限 を求めるには，次の手順で 増減表 をかいて判断する。

1 定義域，微分可能性を確認する。　…明らかな場合は省略してよい。
2 導関数 y’を求める。
3 ・y’＝０となるχの値を求める。（方程式 y’＝０の実数解を求める。）
・y’＝０となるχの値や y’が存在しないχの値の前後で y’の符号の変化を調べ，
・増減表を作り，極値を求める。

［答　　案］

(1) $y=\dfrac{\chi+1}{\chi^2+3}$ ◀分母は０になることはない。

◀定義域は実数全体

2 （導関数を求める）

◀商の微分

$$y'=\frac{(\chi+1)'(\chi^2+3)-(\chi+1)(\chi^2+3)'}{(\chi^2+3)^2}$$

$$=\frac{\chi^2+3-(\chi+1)\cdot 2\chi}{(\chi^2+3)^2}$$

$$=\frac{\chi^2+3-2\chi^2-2\chi}{(\chi^2+3)^2}$$

$$=\frac{-\chi^2-2\chi+3}{(\chi^2+3)^2}$$

$$=-\frac{\chi^2+2\chi-3}{(\chi^2+3)^2}$$

$$=-\frac{(\chi+3)(\chi-1)}{(\chi^2+3)^2}\quad\cdots①$$

◀分母は正だから分子だけに注目すればよい。

（次のページへつづく）↗

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

（前のページからのつづき）

3　（増減表を作って，極値を求める）

・①で，ｙ′＝０となるχの値は，　$(\chi^2+3)^2>0$であるから，

$(\chi+3)(\chi-1)=0$より，$\chi=-3,\ 1$　…②

・よって，増減表は，②より，

◀まず，このデータだけで表を作っておき，その後，y'の符号とyの増減を調べて，表に書き込む。

χ		-3		1		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	↘	極小値	↗	極大値	↘	

ｙ′の符号を調べると，①で，

$\chi<-3$のとき，$-(\chi+3)(\chi-1)<0$であるから，$y'<0$

$-3<\chi<1$のとき，$-(\chi+3)(\chi-1)>0$であるから，$y'>0$

$1<\chi$のとき，$-(\chi+3)(\chi-1)<0$であるから，$y'<0$

・極値を調べる。

増減表より，$\chi=-3$のとき，ｙは極小値をとり，$y=\dfrac{-3+1}{(-3)^2+3}=\dfrac{-2}{12}=-\dfrac{1}{6}$

$\chi=1$のとき，ｙは極大値をとり，$y=\dfrac{1+1}{(1)^2+3}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

よって，$\chi=-3$で極小値　$-\dfrac{1}{6}$，$\chi=1$で極大値　$\dfrac{1}{2}$