■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

2

第５章　微分と積分　２・導関数の応用

1 関数の値の増加・減少（その２）

（２／８）■　極大・極小　■

★解法の技術★

次の関数の極値を求めなさい。また，そのグラフをかきなさい。

(1)　$y = x^3 - 6x^2 + 16$　(2)　$y = -x^3 + 3x^2 - 5$　(3)　$y = x^3 - 6x^2 + 12x$

［考える手順］　［答　　案］

1 導関数を求める

(1)　$y = x^3 - 6x^2 + 16$

$y' = 3x^2 - 12x$

2 ＋－の境目を調べる

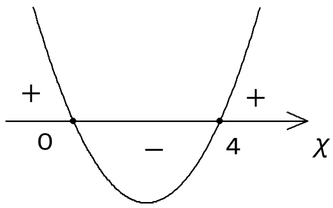
$y' = 0$ となる x の値を調べると，

$3x^2 - 12x = 0$

$x^2 - 4x = 0$

$x(x - 4) = 0$

$x = 0,\ 4$



3 増減表をかく

よって，増減表は

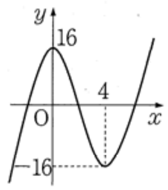
x	…	0	…	4	…
y'	＋	0	－	0	＋
y	↗	１６	↘	－１６	↗

極大値　$f(0) = (0)^3 - 6\cdot(0)^2 + 16 = 16$

極小値　$f(4) = (4)^3 - 6\cdot(4)^2 + 16 = -16$

4 グラフをかく

（増減表の利用）



軸の x, y, 原点のＯを必ずかく
（ないと減点）
学校で，軸との交点をかくように
習っている場合は必ずかくこと
y 軸との交点→定数項
x 軸との交点→ $y=0$ を解いて求める

5 極値を求める

（グラフの利用）

$x = 0$ で極大値１６

$x = 4$ で極小値－１６

1 導関数を求める

(2)　$y = -x^3 + 3x^2 - 5$

$y' = -3x^2 + 6x$

2 ＋－の境目を調べる

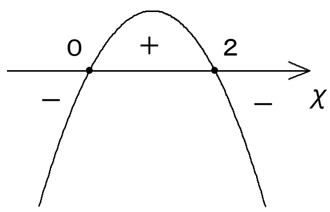
$y' = 0$ となる x の値を調べると，

$-3x^2 + 6x = 0$

$x^2 - 2x = 0$

$x(x - 2) = 0$

$x = 0,\ 2$



（次のページへつづく）↗

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

↗（前のページからのつづき）

3 増減表をかく

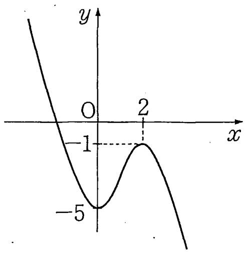
よって，増減表は

χ	…	0	…	2	…
y′	−	0	＋	0	−
y	↘	−5	↗	−1	↘

極小値　$f(0)=-(0)^3+3\cdot(0)^2-5=-5$

極大値　$f(2)=-(2)^3+3\cdot(2)^2-5=-1$

4 グラフをかく
（増減表の利用）



5 極値を求める
（グラフの利用）

χ＝０で極小値－５

χ＝２で極大値－１

1 導関数を求める

(3)　$y=\chi^3-6\chi^2+12\chi$

$y'=3\chi^2-12\chi+12$

2 ＋－の境目を調べる

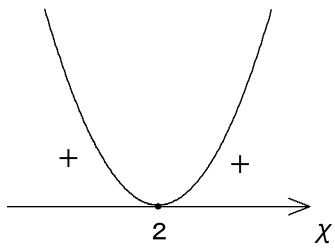
y′＝０となるχの値を調べると，

$3\chi^2-12\chi+12=0$

$\chi^2-4\chi+4=0$

$(\chi-2)^2=0$

$\chi=2$

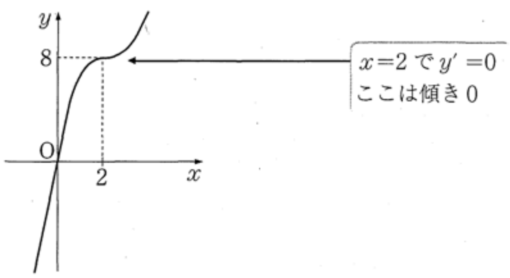


3 増減表をかく

よって，増減表は

χ	…	2	…
y′	＋	0	＋
y	↗	0	↗

4 グラフをかく
（増減表の利用）



5 極値を求める
（グラフの利用）

極値なし

【注】正・負が変わる点が極値
（正・正では極値なし）

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

《資料》　《３次関数のグラフ（まとめ）》

★知識の整理★

【１】 $f(\chi)=a\chi^3+b\chi^2+c\chi+d$ （$a>0$）のグラフ

$f'(x)=3ax^2+2bx+c$　（$a>0$）

$f'(x)=0$（2次方程式）の $D=4(b^2-3ac)$ で

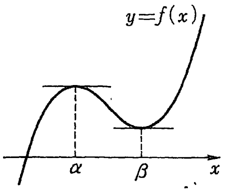
(i) $D>0$ のとき　(ii) $D=0$ のとき　(iii) $D<0$ のとき

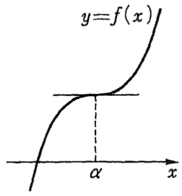
$f'(x)=3a(x-\alpha)(x-\beta)$　$f'(x)=3a(x-\alpha)^2$　$f'(x)>0$

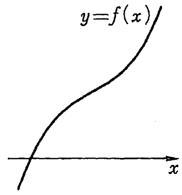
x		α		β	
$f'(x)$	＋	0	－	0	＋
$f(x)$	↗	極大	↘	極小	↗

x		α	
$f'(x)$	＋	0	＋
$f(x)$	↗		↗

x	
$f'(x)$	＋
$f(x)$	↗





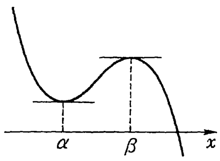


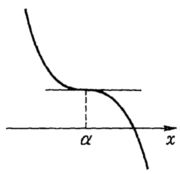
例　$y=x^3-3x+5$　　$y=x^3+3$　　$y=x^3+x+3$

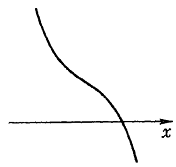
【２】 $f(\chi)=a\chi^3+b\chi^2+c\chi+d$ （$a<0$）のグラフ

$a>0$ のときと同様に概形は次のようになる。

(i)　$D>0$ のとき　(ii)　$D=0$ のとき　(iii)　$D<0$ のとき



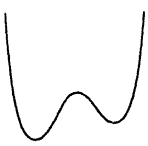


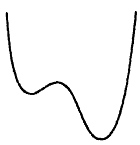


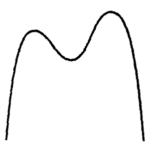
＊【参照】４次関数のグラフ（まとめ）

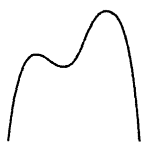
$f(\chi)=a\chi^4+b\chi^3+c\chi^2+d\chi+e$ （$a\neq 0$）のグラフ

(i)　$a>0$ のとき　　(ii)　$a<0$ のとき









などの形になる。