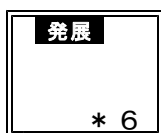
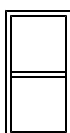


《 解 答 書 》



第 1 章 いろいろな式 2・式と証明  
**3** 不等式の証明 (その 2)  
 【No. 6 の後で学習☆発展問題】 (2 / 3)

◇ 《相加平均と相乗平均(最小値)》 **学力化** → / .

◇ 発展演習 ◇ 【 2 】

(1)  $x > 0$  のとき,  $x + \frac{16}{x+2}$  の最小値を求めよ。

(2)  $x > 0, y > 0$  とする。  $(3x + 2y) \left( \frac{3}{x} + \frac{2}{y} \right)$  の最小値を求めよ。

【考え方】 (1) 前問【1】と同じ。

(2) 式を展開すると, 積が定数となる 2 つの項が現れる

[答 案] <H24版・青チャート・数学Ⅱ+B/p54・重要例題31>

(1) **0** (与式を「相加平均 $\geq$ 相乗平均」が使える形に変形する)

$$x + \frac{16}{x+2} = x + 2 - 2 + \frac{16}{x+2} \quad \leftarrow +2-2 \text{ で } (x+2) \text{ を作る。}$$

$$= \underbrace{(x+2)} + \frac{16}{x+2} - 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

▲この部分で「相加平均 $\geq$ 相乗平均」が作れる。(2式の積が定数になるから)

▲  $(x+2) \cdot \frac{16}{x+2} = 16$  (定数) より,

$(x+2)$  と  $\frac{16}{x+2}$  に相加平均と相乗平均の関係が使える。

**1** (加える2式のそれぞれが正であることを確認)

◀正の数である確認は必ず必要

$x > 0$  より,  $x + 2 > 0, \frac{16}{x+2} > 0$  であるから,

**2** (「相加平均 $\geq$ 相乗平均」の式を作り, それを利用して最小値を求める)

相加平均と相乗平均の大小関係より,

$$(x+2) + \frac{16}{x+2} \geq 2 \sqrt{(x+2) \cdot \frac{16}{x+2}} = 2 \sqrt{16} = 8$$

よって,  $(x+2) + \frac{16}{x+2} \geq 8 \quad \dots \textcircled{2}$

②の式の両辺に  $-2$  を加えて,

◀①の式より,

$$(x+2) + \frac{16}{x+2} - 2 \geq 8 - 2 = 6$$

よって,  $x + \frac{16}{x+2} \geq 6$

したがって,  $x + \frac{16}{x+2}$  の最小値は 6

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

## 《 解答書 》

□ □ 【式と証明 No. 65 (2/3)】 - 〈2枚目/3枚〉

➔ (前のページからのつづき)

③ (等号が成り立つ場合を示す)

等号が成り立つのは,

$$x + 2 = \frac{16}{x+2}, \text{ すなわち, } (x+2)^2 = 16 \text{ のときであるから,}$$

$$x + 2 = \pm 4$$

◀両辺の平方根をとった

$x > 0$  より,  $x + 2 = 4$ , すなわち,  $x = 2$  のときである。

④ (答をまとめる)

したがって, 最小値 6,  $x = 2$

(2) ① (与式を「相加平均 $\geq$ 相乗平均」が使える形に変形する)

$$(3x + 2y) \left( \frac{3}{x} + \frac{2}{y} \right) = 9 + \frac{6x}{y} + \frac{6y}{x} + 4$$

$$= \frac{6x}{y} + \frac{6y}{x} + 13 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\blacktriangle \frac{6x}{y} \cdot \frac{6y}{x} = 36 \text{ (定数) より,}$$

$\frac{6x}{y}$  と  $\frac{6y}{x}$  に相加平均と相乗平均の関係が使える。

① (加える2式のそれぞれが正であることを確認)

◀正の数である確認は必ず必要

$x > 0$ ,  $y > 0$  より,  $\frac{6x}{y} > 0$ ,  $\frac{6y}{x} > 0$  であるから,

② (「相加平均 $\geq$ 相乗平均」の式を作り, それを利用して最小値を求める)

相加平均と相乗平均の大小関係より,

$$\frac{6x}{y} + \frac{6y}{x} \geq 2 \sqrt{\frac{6x}{y} \cdot \frac{6y}{x}} = 2 \sqrt{36} = 12$$

$$\text{よって, } \frac{6x}{y} + \frac{6y}{x} \geq 12 \quad \dots \textcircled{2}$$

②の式の両辺に13を加えて,

◀①の式より,

$$\frac{6x}{y} + \frac{6y}{x} + 13 \geq 12 + 13 = 25$$

$$\text{よって, } (3x + 2y) \left( \frac{3}{x} + \frac{2}{y} \right) \geq 25$$

したがって,  $(3x + 2y) \left( \frac{3}{x} + \frac{2}{y} \right)$  の最小値は25

(次のページへつづく) ➔

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

## 《 解答書 》

□ □ 【式と証明 No. 65 (2 / 3)】 - 〈3枚目 / 3枚〉

↗ (前のページからのつづき)

3 (等号が成り立つ場合を示す)

◀等号が成り立つ場合については、下記の【注】を参照

等号が成り立つのは、

$$\frac{6x}{y} = \frac{6y}{x}, \text{ すなわち, } 6x^2 = 6y^2 \text{ のときであるから,}$$

$$x^2 = y^2$$

$x > 0, y > 0$  より,  $x = y$  のときである。

◀両辺の平方根をとった

4 (答をまとめる)

したがって、最小値 25,  $x = y$