■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

《解答書》

発展 ＊６

第１章　いろいろな式　２・式と証明

３ 不等式の証明（その２）

【No.６の後で学習☆発展問題】（２／３）

◇《相加平均と相乗平均(最小値)》 学力化➡　／　,

◇発展演習◇【２】

(1)　$\chi>0$のとき，$\chi+\dfrac{16}{\chi+2}$ の最小値を求めよ。

(2)　$\chi>0$，$y>0$とする。$(3\chi+2y)\left(\dfrac{3}{\chi}+\dfrac{2}{y}\right)$の最小値を求めよ。

【考え方】(1)　前問【１】と同じ。

(2)　式を展開すると，積が定数となる２つの項が現れる

［答　　案］　＜H24版・青チャート・数学Ⅱ＋B／p54・重要例題31＞

(1)　$\boxed{0}$　（与式を「相加平均≧相乗平均」が使える形に変形する）

$$\chi+\frac{16}{\chi+2}=\chi+2-2+\frac{16}{\chi+2}$$

◀＋２－２で（χ＋２）を作る。

$$=\underbrace{(\chi+2)+\frac{16}{\chi+2}}-2\quad\cdots①$$

▲この部分で「相加平均≧相乗平均」が作れる。（2式の積が定数になるから）

▲$(\chi+2)\cdot\dfrac{16}{\chi+2}=16$（定数）より，

（χ＋２）と$\dfrac{16}{\chi+2}$に相加平均と相乗平均の関係が使える。

$\boxed{1}$　（加える2式のそれぞれが正であることを確認）

◀正の数である確認は必ず必要

$\chi>0$より，$\chi+2>0$，$\dfrac{16}{\chi+2}>0$であるから，

$\boxed{2}$　（「相加平均≧相乗平均」の式を作り，それを利用して最小値を求める）

相加平均と相乗平均の大小関係より，

$$(\chi+2)+\frac{16}{\chi+2}\geqq 2\sqrt{(\chi+2)\cdot\frac{16}{\chi+2}}=2\sqrt{16}=8$$

よって，$(\chi+2)+\dfrac{16}{\chi+2}\geqq 8$　…②

②の式の両辺に－２を加えて，

◀①の式より，

$$(\chi+2)+\frac{16}{\chi+2}-2\geqq 8-2=6$$

よって，$\chi+\dfrac{16}{\chi+2}\geqq 6$

したがって，$\chi+\dfrac{16}{\chi+2}$ の最小値は６

（次のページへつづく）↗

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

《解答書》

□ □ 【式と証明 No.６ｓ（２／３）】 ー〈２枚目／３枚〉

↗（前のページからのつづき）

3 （等号が成り立つ場合を示す）

等号が成り立つのは，

$\chi+2=\dfrac{16}{\chi+2}$，すなわち，$(\chi+2)^2=16$ のときであるから，

$\chi+2=\pm4$ ◀両辺の平方根をとった

$\chi>0$ より，$\chi+2=4$，すなわち，$\chi=2$ のときである。

4 （答をまとめる）

したがって，<u>最小値 ６，$\chi=2$</u>

(2) 0 （与式を「相加平均≧相乗平均」が使える形に変形する）

$$(3\chi+2y)\left(\frac{3}{\chi}+\frac{2}{y}\right)=9+\frac{6\chi}{y}+\frac{6y}{\chi}+4$$

$$=\frac{6\chi}{y}+\frac{6y}{\chi}+13 \quad \cdots①$$

▲$\dfrac{6\chi}{y}\cdot\dfrac{6y}{\chi}=36$（定数）より，
$\dfrac{6\chi}{y}$ と $\dfrac{6y}{\chi}$ に相加平均と相乗平均の関係が使える。

1 （加える2式のそれぞれが正であることを確認） ◀正の数である確認は必ず必要

$\chi>0$，$y>0$ より，$\dfrac{6\chi}{y}>0$，$\dfrac{6y}{\chi}>0$ であるから，

2 （「相加平均≧相乗平均」の式を作り，それを利用して最小値を求める）

相加平均と相乗平均の大小関係より，

$$\frac{6\chi}{y}+\frac{6y}{\chi}\geqq2\sqrt{\frac{6\chi}{y}\cdot\frac{6y}{\chi}}=2\sqrt{36}=12$$

よって，$\dfrac{6\chi}{y}+\dfrac{6y}{\chi}\geqq12 \quad \cdots②$

②の式の両辺に１３を加えて， ◀①の式より，

$$\frac{6\chi}{y}+\frac{6y}{\chi}+13\geqq12+13=25$$

よって，$(3\chi+2y)\left(\dfrac{3}{\chi}+\dfrac{2}{y}\right)\geqq25$

したがって，$(3\chi+2y)\left(\dfrac{3}{\chi}+\dfrac{2}{y}\right)$ の最小値は２５

（次のページへつづく）↗

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

《解答書》

□□　【式と証明　No.６ｓ（２／３）】　－〈３枚目／３枚〉

↗（前のページからのつづき）

3　（等号が成り立つ場合を示す）　◀等号が成り立つ場合については，下記の【注】を参照

等号が成り立つのは，

$\frac{6\chi}{y}=\frac{6y}{\chi}$，すなわち，$6\chi^2=6y^2$のときであるから，

$\chi^2=y^2$

$\chi>0$，$y>0$より，$\chi=y$のときである。　◀両辺の平方根をとった

4　（答をまとめる）

したがって，<u>最小値　２５，$\chi=y$</u>