

第2章 図形と方程式 1・点と直線

4 2直線の平行・垂直 (その1)

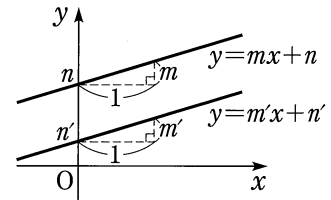
(1/8) ■ 2直線の平行・垂直 ■

2直線の平行・垂直

★知識の整理★

【1】2直線の平行

2直線 $y = m\chi + n$, $y = m'\chi + n'$ が平行であるのは、それらの傾きが等しいときである。よって、次のことが成り立つ。



▶ 2直線の平行

2直線 $y = m\chi + n$, $y = m'\chi + n'$ が平行 $\iff m = m'$

(注) $m = m'$, $n = n'$ のとき、2直線は一致するが、この場合も平行と考えることにする。

(例) 点(2, 1)を通り、直線 $2\chi + 3y - 1 = 0$ に平行な直線の方程式は？

$2\chi + 3y - 1 = 0$ を変形すると、

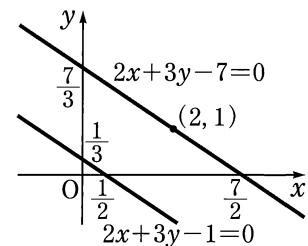
$$y = -\frac{2}{3}\chi + \frac{1}{3}$$

これより、求める直線の傾きは、 $-\frac{2}{3}$

であるから、求める方程式は、

$$y - 1 = -\frac{2}{3}(\chi - 2)$$

すなわち、 $2\chi + 3y - 7 = 0$



【2】2直線の垂直

2直線 $y = m\chi + n$, $y = m'\chi + n'$ が垂直となる条件を求めてみよう。

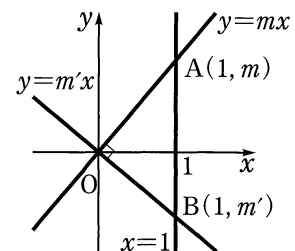
原点を通過して、これらに平行な直線は、それぞれ

$y = m\chi$, $y = m'\chi$ になるから、この2直線が垂直になる場合を考えればよい。

今、2直線 $y = m\chi$, $y = m'\chi$ と直線 $\chi = 1$ の交点をそれぞれ、A, Bとすると、A, Bの座標は、(1, m), (1, m')となる。

$\triangle AOB$ が直角三角形であることから、三平方の定理より $AB^2 = OA^2 + OB^2 \dots \textcircled{1}$

$$(m - m')^2 = (1 + m^2) + (1 + m'^2) \dots \textcircled{2}$$



(次のページへつづく) ↗

□ □ 【点と直線 No. 1 1 (1/8)】 - (2枚目/2枚)

➔ (前のページからのつづき)

これより, $mm' = -1$...③

逆に, ③が成り立つと, ②も成り立ち, したがって①も成り立つので, これらの2直線は垂直である。

▶ 2直線の垂直

2直線 $y = m\chi + n$, $y = m'\chi + n'$ が垂直 $\iff mm' = -1$

(例) 点(3, 1)を通り, 直線 $4\chi - 2y - 3 = 0$ に垂直な直線の方程式は?

直線 $4\chi - 2y - 3 = 0$ の傾きは2であり,
この直線に垂直な直線の傾きを m とすると,

$$2m = -1 \text{ より, } m = -\frac{1}{2}$$

よって, 求める直線の方程式は,

$$y - 1 = -\frac{1}{2}(\chi - 3)$$

すなわち, $\chi + 2y - 5 = 0$

