

第2章 図形と方程式 1・点と直線

3 直線の方程式 (その1)

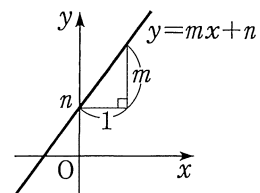
(1/8) ■ 直線の方程式 ■

1次方程式の表す図形

★知識の整理★

【1】直線の方程式

傾きが m で、 y 軸と点 $(0, n)$ で交わる直線は、
1次方程式 $y = mx + n$ で表される。この直線を、
直線 $y = mx + n$ といい、 $y = mx + n$ を、この
直線の方程式 という。



【2】方程式の表す図形

一般に、 x, y についての方程式を満たす点 (x, y) の集合
を **方程式の表す図形** という。

また、その方程式を **図形の方程式** という。

1次方程式 $ax + by + c = 0$ の表す図形を考えてみよう。

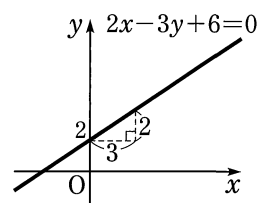
(例1) 方程式 $2x - 3y + 6 = 0$ の表す図形

方程式を変形すると、 $y = \frac{2}{3}x + 2$

であるから、

点 $(0, 2)$ を通り、傾き $\frac{2}{3}$

の直線である。

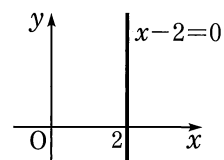


(例2) 方程式 $x - 2 = 0$ の表す図形

方程式を変形すると、 $x = 2$

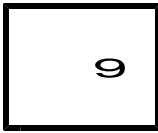
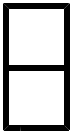
であるから、

点 $(2, 0)$ を通り、 y 軸に平行
な直線である。



★

一般に、 x, y についての1次方程式 $ax + by + c = 0$ の表す図形は、直線である。この方程式で表される直線を、直線 $ax + by + c = 0$ という。



直線の方程式

★知識の整理★

【1】点 $A(x_1, y_1)$ を通り、傾き m の直線の方程式

この直線の方程式を、

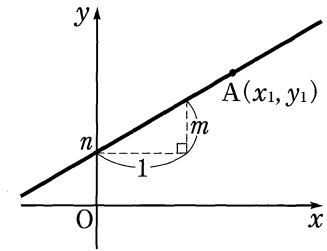
$$y = mx + n \quad \dots \textcircled{1}$$

とすると、点 $A(x_1, y_1)$ を通るから、

$$y_1 = mx_1 + n \quad \dots \textcircled{2}$$

①-②より、 n を消去して、

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$



▶ 1点と傾きの与えられた直線の方程式

$A(x_1, y_1)$ を通り、傾き m の直線の方程式は、

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

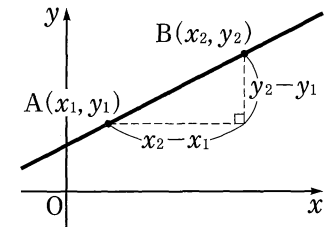
【2】2点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ を通る直線の方程式

(1) $x_1 \neq x_2$ のとき

直線 AB の傾き m は、
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

で、点 $A(x_1, y_1)$ を通るから、【1】の結果より、この直線の方程式は、

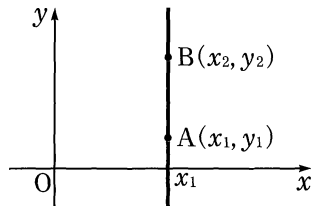
$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$



(2) $x_1 = x_2$ のとき

直線 AB は y 軸に平行であるから、

この直線の方程式は、 $x = x_1$



▶ 2点を通る直線の方程式

異なる2点 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) を通る直線の方程式は、

$$x_1 \neq x_2 \text{ のとき, } y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$x_1 = x_2 \text{ のとき, } x = x_1$$

(例) 2点 $(2, 1)$, $(3, -5)$ を通る直線の方程式

$$y - 1 = \frac{-5 - 1}{3 - 2} (x - 2)$$

すなわち、 $y = -6x + 13$