■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

接線の方程式

★知識の整理★

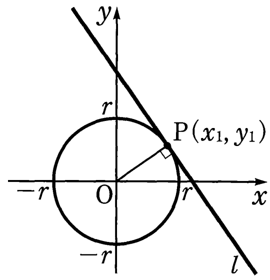
【１】円の接線の方程式

原点Ｏを中心とする半径 r の円 $x^2+y^2=r^2$ 上の点Ｐ$(x_1,\ y_1)$における接線 ℓ の方程式を考えてみよう。

［１］ $x_1 \neq 0,\ y_1 \neq 0$ の場合

直線ＯＰの傾きは $\dfrac{y_1}{x_1}$ で，接線 ℓ は半径ＯＰに垂直であるから，ℓ の傾きは $-\dfrac{x_1}{y_1}$ となり，その方程式は，

$$y-y_1=-\frac{x_1}{y_1}(x-x_1)$$



分母を払って整理すると，$x_1x+y_1y=x_1^2+y_1^2$

点Ｐ$(x_1,\ y_1)$が円 $x^2+y^2=r^2$ 上にあることにより，$x_1^2+y_1^2=r^2$ であるから，接線の方程式は，

$$x_1x+y_1y=r^2 \quad \cdots①$$

［２］ $x_1=0$ の場合

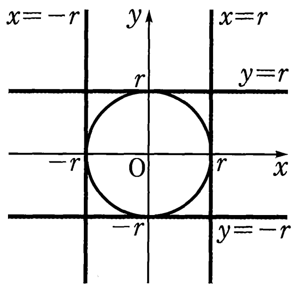
$y_1=\pm r$ で，接線の方程式は，

$y=r$ 　または　 $y=-r$

［３］ $y_1=0$ の場合

$x_1=\pm r$ で，接線の方程式は，

$x=r$ 　または　 $x=-r$



［２］，［３］の場合も①を満たすから，まとめると次のようになる。

▶円の接線の方程式

円 $x^2+y^2=r^2$ 上の点$(x_1,\ y_1)$における接線の方程式は，

$$x_1x+y_1y=r^2$$

（例）円 $x^2+y^2=5$ 上の点$(-1,\ 2)$における接線の方程式は，

$(-1)\cdot x+(2)\cdot y=5$ 　すなわち　 $-x+2y=5$

【コラム】直線の決定

［１］ １点の座標と傾きが分かれば，直線の式を求めることができる。（公式の利用）

［２］ ２点の座標が分かれば，直線の式を求めることができる。（連立方程式の利用）

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

第２章　図形と方程式　２・円と直線

２ 円と直線（その４）

（２／６）■　円の接線(1)　■

◇《接線の方程式》学力化➡　／　，

★解法の技術★

円 $\chi^2 + y^2 = 13$ 上の点(3，－2)における接線の方程式を求めなさい。

【考え方】１点の座標と傾きが分かれば，直線の方程式を求めることができます。

（例）　点(χ_1，y_1)を通り，傾きがｍの直線の方程式は

$y - y_1 = m(\chi - \chi_1)$

【解き方１】接線の方程式の利用

［考える手順］

1　接線の公式を使う

［答　案］

$\chi_1 = 3$，$y_1 = -2$，$r^2 = 13$ を

接線の公式 $\chi_1\chi + y_1 y = r^2$ に代入して，

$3\chi - 2y = 13$

【解き方２】１点と傾きの与えられた直線の方程式の利用

［考える手順］

＊全体の解法の方針

［答　案］

１点の座標と傾きが分かれば，直線の方程式を求めることができるので接線の傾きを求める。

「接線は半径に直交する」という性質から半径の傾きを使って接線の傾きを求め，接線の方程式を求める。

1　接線の傾きを求める（傾き：半径に垂直）

接点をＰ(3，－2)とするとき，

円の中心ＯとＰを結んだ直線ＯＰと接線とは直交する。

接線の傾きをｍとすれば，

$-\dfrac{2}{3} \cdot m = -1$　より，$m = \dfrac{3}{2}$　　◀ $m \cdot m' = -1$

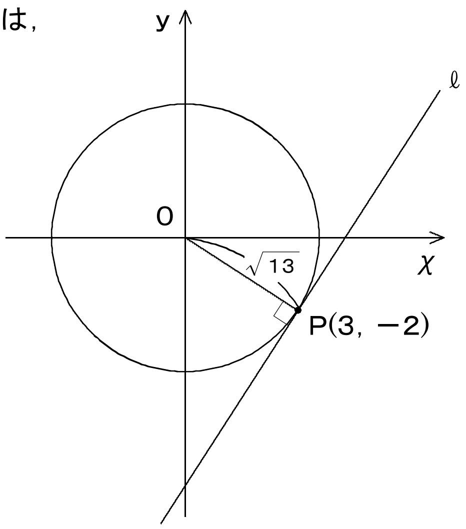
2　接線の方程式を求める

したがって，求める接線の方程式は，

$y + 2 = \dfrac{3}{2}(\chi - 3)$

$2y + 4 = 3\chi - 9$

$3\chi - 2y - 13 = 0$



（次のページへつづく）↗

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

（前のページからのつづき）

【解き方３】「点と直線の距離＝円の半径」の方程式の利用

［考える手順］	［答　　案］
＊全体の解法の方針	１点の座標と傾きが分かれば，直線の方程式を求めることができるので接線の傾きを求める。 傾きをｍとし，円の中心と接線の距離をｍを使って表し，これが半径と等しいとする方程式を作り，ｍを求め，接線の方程式を求める。
1 接線の傾きを求める 点と直線の距離の公式を利用する	接点（３，－２）を通る直線は，傾きをｍとすれば， $y+2=m(x-3)$　すなわち，　$mx-y-3m-2=0$ 原点からの直線までの距離が円の半径に等しいから， $\dfrac{\lvert m\cdot 0+(-1)\cdot 0-3m-2\rvert}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\sqrt{13}$ 両辺を２乗して， $\dfrac{(3m+2)^2}{m^2+1}=13$ $(3m+2)^2=13(m^2+1)$ $9m^2+12m+4=13m^2+13$ $4m^2-12m+9=0$ $(2m-3)^2=0$ $m=\dfrac{3}{2}$
2 接線の方程式を求める	したがって，求める接線の方程式は， $y+2=\dfrac{3}{2}(x-3)$ $2y+4=3x-9$ $3x-2y-13=0$

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

１２

第２章　図形と方程式　２・円と直線

２ 円と直線（その４）

（３／６）■　円の接線(1)　■

◇《接線の方程式》**学力化**➡　／　，

★理解のチェック★

円$\chi^2+y^2=25$　上の点（[redacted]，３）における接線の方程式を求めなさい。

＊★解法の技術★のように，３つの解き方で解いてみましょう。

【解き方１】接線の方程式の利用　**アウトプットの練習は数専ゼミの教室でできます。**

［考える手順］

1 接線の公式を使う

［答　　案］

【解き方２】１点と傾きの与えられた直線の方程式の利用

［考える手順］

＊全体の解法の方針

［答　　案］

１点の座標と傾きが分かれば，直線の方程式を求めることができるので接線の傾きを求める。

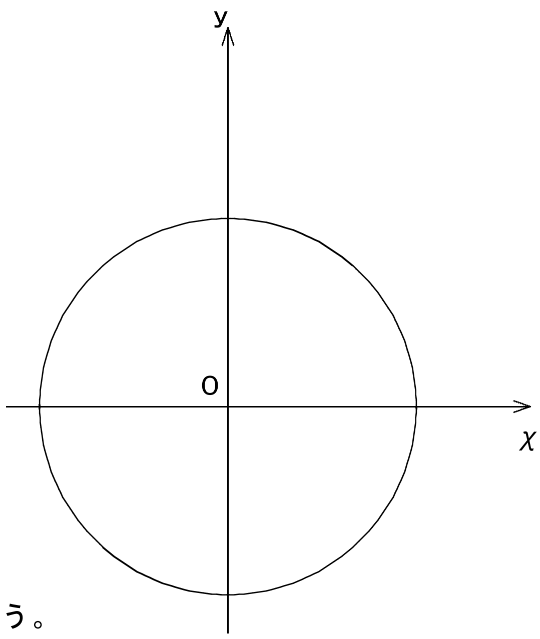
「接線は半径に直交する」という性質から半径の傾きを使って接線の傾きを求め，接線の方程式を求める。

1 接線の傾きを求める

（傾き：半径に垂直）

2 接線の方程式を求める

，



▶問題文を図で表してみましょう。

（次のページへつづく）↗

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【円と直線 No.１２（３／６）】 －〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

【解き方３】「点と直線の距離＝円の半径」の方程式の利用

［考える手順］	［答　　案］
＊全体の解法の方針	１点の座標と傾きが分かれば，直線の方程式を求めることができるので接線の傾きを求める。 傾きをｍとし，円の中心と接線の距離をｍを使って表し，これが半径と等しいとする方程式を作り，ｍを求め，接線の方程式を求める。
1 接線の傾きを求める 点と直線の距離の公式を利用する	
2 接線の方程式を求める	

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

１２

第２章　図形と方程式　２・円と直線

2 円と直線（その４）

（４／６）■　円の接線(1)　■

◇《接線の方程式》 学力化 ➡　　／　，

★演習★【１】

円 $\chi^2+y^2=10$ 上の点([redacted]，－１)における接線の方程式を求めなさい。

＊★解法の技術★のように，３つの解き方で解いてみましょう。

【解き方１】接線の方程式の利用

［考える手順］

1 接線の公式を使う

［答　　案］

【解き方２】１点と傾きの与えられた直線の方程式の利用

［考える手順］

＊全体の解法の方針

1 接線の傾きを求める

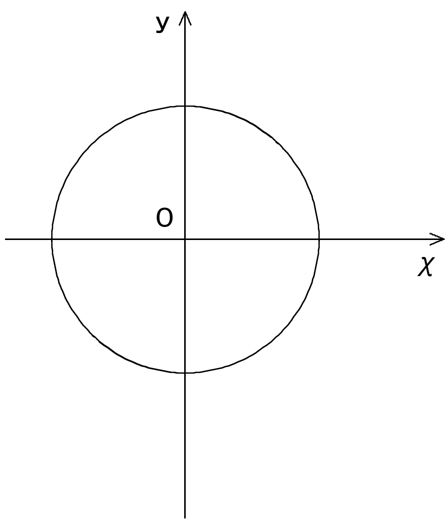
（傾き：半径に垂直）

2 接線の方程式を求める

［答　　案］

１点の座標と傾きが分かれば，直線の方程式を求めることができるので接線の傾きを求める。

「接線は半径に直交する」という性質から半径の傾きを使って接線の傾きを求め，接線の方程式を求める。



▶問題文を図で表してみましょう。

（次のページへつづく）↗

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

↗ （前のページからのつづき）

【解き方３】「点と直線の距離＝円の半径」の方程式の利用

［考える手順］	［答　　案］
＊全体の解法の方針	１点の座標と傾きが分かれば，直線の方程式を求めることができるので接線の傾きを求める。 傾きをｍとし，円の中心と接線の距離をｍを使って表し，これが半径と等しいとする方程式を作り，ｍを求め，接線の方程式を求める。
1 接線の傾きを求める 点と直線の距離の公式を利用する	
2 接線の方程式を求める	

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

１２

第２章　図形と方程式　２・円と直線

２ 円と直線（その４）

（５／６）■　円の接線(1)　■

◇《接線の方程式》 学力化➡　　／　，

★演習★【２】

円$\chi^2+y^2=29$ 上の点([redacted]，－２)における接線の方程式を求めなさい。

＊★解法の技術★のように，３つの解き方で解いてみましょう。

【解き方１】接線の方程式の利用

［考える手順］

1 接線の公式を使う

［答　　案］

【解き方２】１点と傾きの与えられた直線の方程式の利用

［考える手順］

＊ 全体の解法の方針

1 接線の傾きを求める

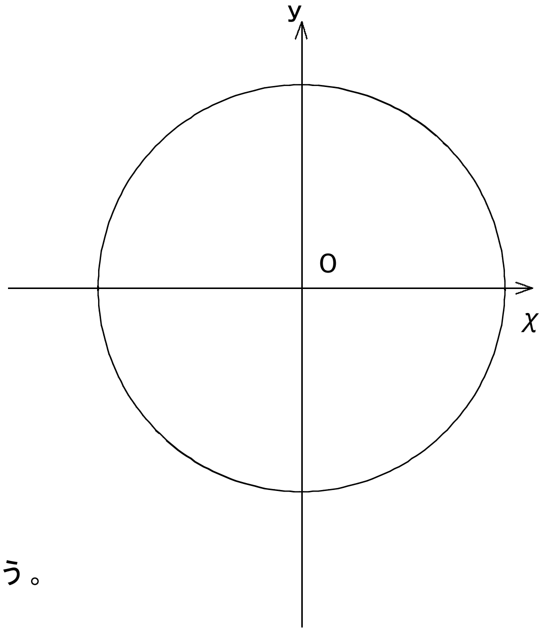
（傾き：半径に垂直）

2 接線の方程式を求める

［答　　案］

１点の座標と傾きが分かれば，直線の方程式を求めることができるので接線の傾きを求める。

「接線は半径に直交する」という性質から半径の傾きを使って接線の傾きを求め，接線の方程式を求める。



▶問題文を図で表してみましょう。

（次のページへつづく）↗

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

↗ （前のページからのつづき）

【解き方３】「点と直線の距離＝円の半径」の方程式の利用

［考える手順］	［答　　案］
＊全体の解法の方針	１点の座標と傾きが分かれば，直線の方程式を求めることができるので接線の傾きを求める。 傾きをｍとし，円の中心と接線の距離をｍを使って表し，これが半径と等しいとする方程式を作り，ｍを求め，接線の方程式を求める。
1 接線の傾きを求める 点と直線の距離の公式を利用する	
2 接線の方程式を求める	

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

１　２

第２章　図形と方程式　２・円と直線

２ 円と直線（その４）

（６／６）■　円の接線(1)　■

◇《接線の方程式》学力化➡　　／　，

★演習★【３】

円 $\chi^2 + y^2 = 9$ 上の χ 座標が[redacted]である点における接線の方程式を求めなさい。

【考え方】円 $\chi^2 + y^2 = r^2$ 上の点 $(\chi_1,\ y_1)$ における接線の方程式は，

$$\chi_1 \chi + y_1 y = r^2$$

［考える手順］

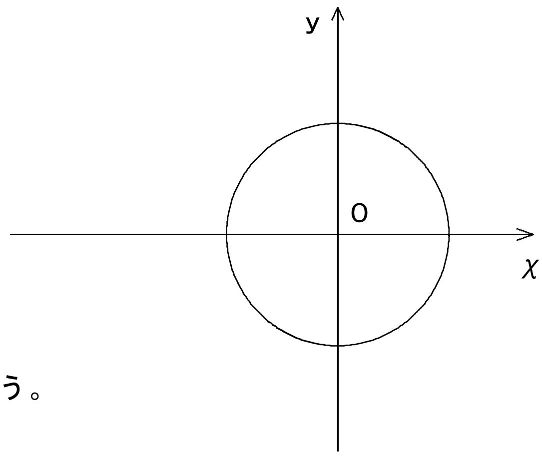
＊全体の解法の方針

1 接点の座標を求める

2 接線の公式を使って接線の方程式を求める

［答　　案］

円上の接点の座標が分かれば，公式を使って接線の方程式を求めることができる。χ 座標が分かるので円の方程式を使って対応する y の値を求め，接線の方程式を求める。



▶問題文を図で表してみましょう。