■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

２次曲線（放物線）の接線

◇《２次曲線(放物線)の接線》 学力化➡　／　，

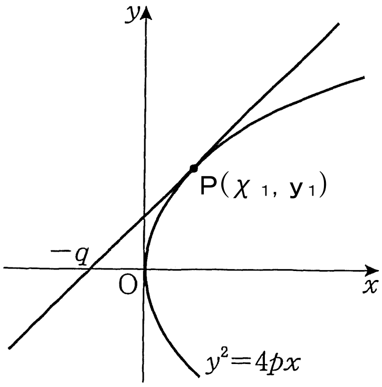
★知識の整理★

【１】放物線の接線

放物線上の点(x_1, y_1)における接線の方程式

$y^2=4px$　…　$y_1y=2p(x+x_1)$

$x^2=4py$　　$x_1x=2p(y+y_1)$



【２】放物線の接線　$y_1y=2p(x+x_1)$　の証明

点(x_1, y_1)を通る直線を　$y-y_1=m(x-x_1)$　…①
とする。

①より，$y=mx-mx_1+y_1$

$y=mx-(mx_1-y_1)$ …①’

①’を　$y^2=4px$　に代入して，

$\{mx-(mx_1-y_1)\}^2=4px$

$m^2x^2-2(mx_1-y_1)mx+(mx_1-y_1)^2-4px=0$

$m^2x^2-2(m^2x_1-my_1+2p)x+(mx_1-y_1)^2=0$　…②

②の２次方程式の判別式をＤとし，Ｄ＝０として重解をx_1とすると，

$$x_1=\frac{m^2x_1-my_1+2p}{m^2}\quad\cdots③$$

◀重解のとき，$x=\frac{-b}{a}$　（$\frac{D}{4}$ のとき）
（$\frac{D}{4}=b'^2-ac=0$ であるから。）

③をmについて解くと，

$m^2x_1=m^2x_1-my_1+2p$

$m^2x_1=m^2x_1-my_1+2p$

$my_1=2p$

$$m=\frac{2p}{y_1}\quad\cdots④$$

◀mは接線の傾き

④を①に代入して，

$$y-y_1=\frac{2p}{y_1}(x-x_1)$$

◀点(x_1, y_1)を通る直線の方程式

$yy_1-y_1{}^2=2p(x-x_1)$　…⑤

⑤に$y_1{}^2=4px_1$を代入して，

$yy_1-4px_1=2p(x-x_1)$

$yy_1=2px-2px_1+4px_1$

$yy_1=2px+2px_1$

$yy_1=2p(x+x_1)$

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

◇《２次曲線（放物線）の接線》学力化➡　／　，

★解法の技術★

次の接線の方程式を求めよ。
点$(-2,\ 1)$から放物線 $y^2=4\chi$ に引いた接線

【考え方】まず，<u>接点の座標を$(\chi_1,\ y_1)$</u>とおき，接線の方程式をχ_1，y_1で表す。

「接線は点$(-2,\ 1)$を通る」
「点$(\chi_1,\ y_1)$は放物線 $y^2=4\chi$ 上の点」
であることを利用して，χ_1，y_1 の連立方程式を導く。

［答　案］

０（定義）

接点の座標を$(\chi_1,\ y_1)$とおくと，接線の方程式は，

$y_1y=2\cdot1\cdot(\chi+\chi_1)$ より，　◀$y^2=4\chi$ ⇔ $y^2=4\cdot1\cdot\chi$ より，$p=1$

<u>$y_1y=2(\chi+\chi_1)$　…①</u>　◀接点の座標を$(\chi_1,\ y_1)$とおいたときの接線の方程式

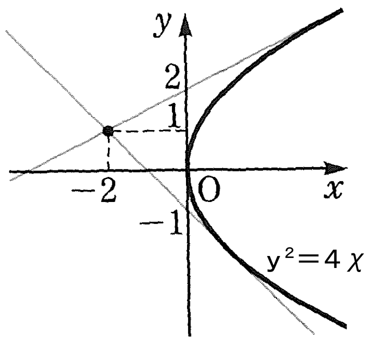
１（接点の座標を求める）

・①が点$(-2,\ 1)$を通るから，$y_1\cdot1=2(-2+\chi_1)$ より，

$y_1=2\chi_1-4$　…②

・また，点$(\chi_1,\ y_1)$は放物線 $y^2=4\chi$ 上の点より，

$y_1{}^2=4\chi_1$　…③



②と③を連立して解く。
②を③に代入してy_1を消去し，χ_1の２次方程式を作ると，

$(2\chi_1-4)^2=4\chi_1$

$4\chi_1{}^2-16\chi_1+16-4\chi_1=0$

$\chi_1{}^2-5\chi_1+4=0$

$(\chi_1-1)(\chi_1-4)=0$より，$\chi_1=1,\ 4$

②より，$\chi_1=1$のとき，$y_1=2\times1-4=-2$
　　　　$\chi_1=4$のとき，$y_1=2\times4-4=4$

よって，$(\chi_1,\ y_1)=(1,\ -2),\ (4,\ 4)$　…④　◀2つの接点の座標

２（接線の方程式を求める）

④のそれぞれの値を①に代入して，接線の方程式を求めると，

$-2y=2(\chi+1)$より，<u>$\chi+y+1=0$</u>

$4y=2(\chi+4)$より，<u>$\chi-2y+4=0$</u>