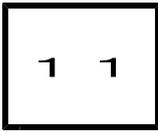


ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 2・円と直線

2 円と直線 (その3)

(1 / 5) ■ 弦の長さ ■

弦の長さ

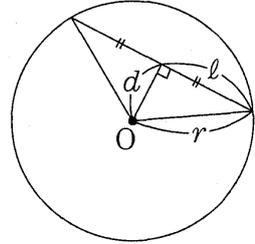
★知識の整理★

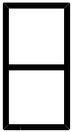
【1】弦の性質

- (1) 円の中心から弦にひいた垂線は、弦を二等分する。
- (2) 弦の長さを求める問題では、三平方の定理を利用する。

円の半径を r 、円の中心から弦にひいた垂線の長さを d 、
弦の長さを 2ℓ とおくと、

$$r^2 = d^2 + \ell^2$$





★解法の技術★

次の問いに答えなさい。

- (1) 直線 $x + y - 1 = 0$ が円 $x^2 + y^2 = 4$ によって切り取られる弦の長さを求めなさい。
 (2) 円 $x^2 + y^2 = 3$ と直線 $x - y + k = 0$ の2つの交点を結ぶ線分の長さが2となるような定数 k の値を求めなさい。

(1) [考える手順]

* 全体の解法の方針

1 円の中心と直線の距離 d を求める

2 垂線、半径、弦の半分の関係を表す等式を作る

3 弦の長さを求める

[答 案]

円の中心から弦に垂線を引くと、この垂線と半径と弦の半分で直角三角形ができる。この三角形を使ってこれらの関係を表す等式を作り、弦の長さを求める。

原点 $(0, 0)$ と直線 $x + y - 1 = 0$ の距離 d は、

$$d = \frac{|1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 - 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{|-1|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \dots \textcircled{1}$$

弦の長さを $2l$ とすると、垂線の長さは①、円の半径が2なので、

$$l^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 2^2$$

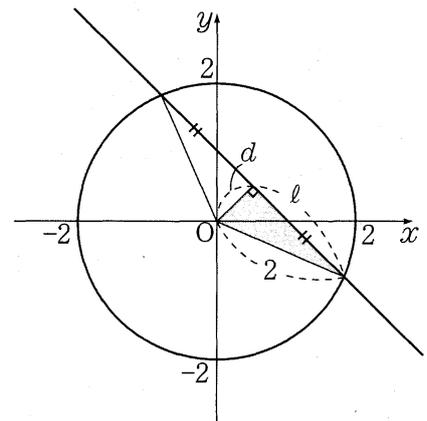
◀ 三平方の定理

$$l^2 = 4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$l > 0 \text{ より, } l = \frac{\sqrt{14}}{2}$$

よって、求める弦の長さは、

$$\underline{2l = \sqrt{14}}$$



□ □ 【円と直線 No. 1 1 (2 / 5)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

➡ (前のページからのつづき)

(2) [考える手順]

* 全体の解法の方針

1 円の中心と直線の距離dを求める

2 垂線、半径、弦の半分の関係を表す等式を作る

3 定数kの値を求める

[答 案]

円の中心から弦に垂線を引くと、この垂線と半径と弦の半分で直角三角形ができる。この三角形を使ってこれらの関係を表す等式を作り、kの値を求める。

原点(0, 0)と直線 $x - y + k = 0$ の距離dは、

$$d = \frac{|1 \cdot 0 + (-1) \cdot 0 + k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{2}} \quad \dots \textcircled{1}$$

弦の長さは2、垂線の長さは①、円の半径は $\sqrt{3}$ なので

$$1^2 + \left(\frac{|k|}{\sqrt{2}}\right)^2 = (\sqrt{3})^2$$

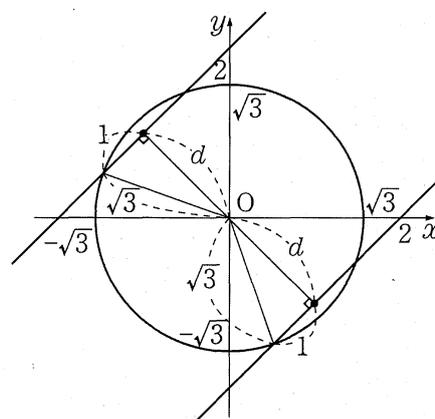
◀ 三平方の定理

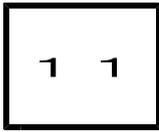
$$1 + \frac{k^2}{2} = 3$$

$$k^2 + 2 = 6$$

$$k^2 = 4$$

$$\underline{k = \pm 2}$$





第2章 図形と方程式 2・円と直線

2 円と直線 (その3)

(3 / 5) ■ 弦の長さ ■

◇ 《弦の長さ》 **学力化** → /

----- ★理解のチェック★ -----

次の問いに答えなさい。

- (1) 直線 $x + \blacksquare y - 5 = 0$ が円 $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$ によって切り取られる弦の長さを求めなさい。
- (2) 円 $x^2 + y^2 = 16$ と直線 $y = x + k$ の2つの交点を結ぶ線分の長さが $\sqrt{\blacksquare}$ となるような定数 k の値を求めなさい。

(1) [考える手順]

* 全体の解法の方針

1 円の中心と直線の距離 d を求める

2 垂線, 半径, 弦の半分の関係を表す等式を作る

3 弦の長さを求める

[答 案] **問題は、数専ゼミ・東原教室で学習することができます。**

円の中心から弦に垂線を引くと、この垂線と半径と弦の半分で直角三角形ができる。この三角形を使ってこれらの関係を表す等式を作り、弦の長さを求める。

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【円と直線 No. 1 1 (3 / 5)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

➡ (前のページからのつづき)

(2) [考える手順]

* 全体の解法の方針

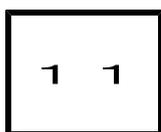
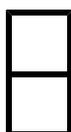
1 円の中心と直線の
距離dを求める

2 垂線, 半径, 弦の
半分の関係を表す
等式を作る

3 定数kの値を求める

[答 案]

円の中心から弦に垂線を引くと, この垂線と半径と弦の半分で直角三角形ができる。この三角形を使ってこれらの関係を表す等式を作り, kの値を求める。



第2章 図形と方程式 2・円と直線

2 円と直線 (その3)

(4 / 5) ■ 弦の長さ ■

◇ 《弦の長さ》 学力化 → / .

★演習★【1】

次の問いに答えなさい。

- (1) 直線 $2x - y = \blacksquare$ が円 $x^2 + y^2 = 10$ によって切り取られる弦の長さを求めなさい。
- (2) 円 $x^2 + y^2 = 10$ と直線 $y = x + k$ の2つの交点を結ぶ線分の長さが $4\sqrt{\blacksquare}$ となるような定数 k の値を求めなさい。

(1) [考える手順]

* 全体の解法の方針

1 円の中心と直線の距離 d を求める

2 垂線, 半径, 弦の半分の関係を表す等式を作る

3 弦の長さを求める

[答 案]

円の中心から弦に垂線を引くと, この垂線と半径と弦の半分で直角三角形ができる。この三角形を使ってこれらの関係を表す等式を作り, 弦の長さを求める。

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【円と直線 No. 1 1 (4 / 5)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

➡ (前のページからのつづき)

(2) [考える手順]

* 全体の解法の方針

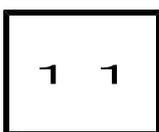
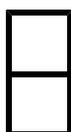
1 円の中心と直線の
距離dを求める

2 垂線, 半径, 弦の
半分の関係を表す
等式を作る

3 定数kの値を求める

[答 案]

円の中心から弦に垂線を引くと, この垂線と半径と弦の半分で直角三角形ができる。この三角形を使ってこれらの関係を表す等式を作り, kの値を求める。



第2章 図形と方程式 2・円と直線

2 円と直線 (その3)

(5 / 5) ■ 弦の長さ ■

◇ 《弦の長さ》 学力化 → /

★演習★【2】

次の問いに答えなさい。

- (1) 直線 $x + y = 4$ が円 $(x - \blacksquare)^2 + (y - 1)^2 = 5$ によって切り取られる弦の長さを求めなさい。
- (2) 円 $x^2 + y^2 + \blacksquare x - 2y - 7 = 0$ と直線 $y = x + k$ の2つの交点を結ぶ線分の長さが4となるような定数 k の値を求めなさい。

(1) [考える手順]

* 全体の解法の方針

1 円の中心と直線の距離 d を求める

2 垂線, 半径, 弦の半分の関係を表す等式を作る

3 弦の長さを求める

[答 案]

円の中心から弦に垂線を引くと, この垂線と半径と弦の半分で直角三角形ができる。この三角形を使ってこれらの関係を表す等式を作り, 弦の長さを求める。

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【円と直線 No. 1 1 (5 / 5)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

➤ (前のページからのつづき)

(2) [考える手順]

* 全体の解法の方針

0 円の方程式を標準形
に書きかえる

1 円の中心と直線の
距離 d を求める

2 垂線, 半径, 弦の
半分の関係を表す
等式を作る

3 定数 k の値を求める

[答 案]

円の中心から弦に垂線を引くと, この垂線と半径と弦の半分で直角三角形ができる。この三角形を使ってこれらの関係を表す等式を作り, k の値を求める。