



多項定理と係数決定

★解法の技術★

$(a - 2b + 3c)^8$ の展開式における、次の項の係数を求めなさい。
 (1) $a^4 b^3 c$ (2) $b^6 c^2$

【考え方】「係数の求め方」は、プリントNo.14（1/5）を参照。

[考える手順]

[答 案]

1 基本形に変形する

$$(a - 2b + 3c)^8 = \{a + (-2b) + (3c)\}^8$$

これを展開したとき、

2 項を求める

(1) $a^4 b^3 c$ の項は、

$${}_8C_4 (a)^4 \times {}_4C_3 (-2b)^3 \times {}_1C_1 (3c)^1$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} a^4 \times 4 \cdot (-8b^3) \times 1 \cdot 3c$$

$$= 70 a^4 \times (-32b^3) \times 3c$$

$$= -6720 a^4 b^3 c$$

となる。

3 答を書く

よって、 $a^4 b^3 c$ の係数は -6720

2 項を求める

(2) $b^6 c^2$ の項は、

$${}_8C_6 (-2b)^6 \times {}_2C_2 (3c)^2$$

$$= \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} \cdot 64 b^6 \times 1 \cdot 9 c^2$$

$$= 1792 b^6 \times 9 c^2$$

$$= 16128 b^6 c^2$$

となる。

3 答を書く

よって、 $b^6 c^2$ の係数は 16128

《多項定理》

一般に、 $(a + b + c)^n$ の展開式における $a^p b^q c^r$ の係数は、次のようになる。

$$\frac{n!}{p! q! r!} \quad (\text{ただし、} p + q + r = n) \quad * \text{これは答の「確かめ」として使います。}$$

(1) の確かめ

$a^4 b^3 c$ の係数は、 $\frac{8!}{4! 3! 1!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 280$

$$280 \times (-2)^3 \times 3 = \underline{\underline{-6720}}$$

となり、合っている。