



多項定理と係数決定

★解法の技術★

$(a - 2b + 3c)^8$ の展開式における、次の項の係数を求めなさい。
 (1) $a^4 b^3 c$ (2) $b^6 c^2$

【考え方】「係数の求め方」は、プリントNo.14(1/5)を参照。

[考える手順]

1 基本形に変形する

2 項を求める

3 答を書く

2 項を求める

3 答を書く

[答 案]

$$(a - 2b + 3c)^8 = \{a + (-2b) + (3c)\}^8$$

これを展開したとき、

(1) $a^4 b^3 c$ の項は、

$$\begin{aligned} & {}_8C_4 (a)^4 \times {}_4C_3 (-2b)^3 \times {}_1C_1 (3c)^1 \\ &= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} a^4 \times 4 \cdot (-8b^3) \times 1 \cdot 3c \\ &= 70 a^4 \times (-32b^3) \times 3c \\ &= -6720 a^4 b^3 c \end{aligned}$$

となる。

よって、 $a^4 b^3 c$ の係数は -6720

(2) $b^6 c^2$ の項は、

$$\begin{aligned} & {}_8C_6 (-2b)^6 \times {}_2C_2 (3c)^2 \\ &= \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} \cdot 64 b^6 \times 1 \cdot 9 c^2 \\ &= 1792 b^6 \times 9 c^2 \\ &= 16128 b^6 c^2 \end{aligned}$$

となる。

よって、 $b^6 c^2$ の係数は 16128

《多項定理》

一般に、 $(a + b + c)^n$ の展開式における $a^p b^q c^r$ の係数は、次のようになる。

$$\frac{n!}{p! q! r!} \quad (\text{ただし、} p + q + r = n) \quad * \text{これは答の「確かめ」として使います。}$$

(1) の確かめ

$$a^4 b^3 c \text{ の係数は、} \frac{8!}{4! 3! 1!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 280$$

$$280 \times (-2)^3 \times 3 = \underline{\underline{-6720}}$$

となり、合っている。