

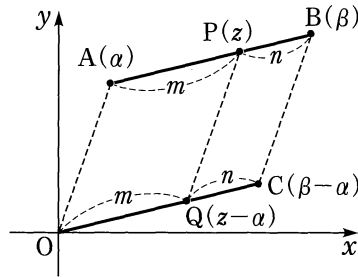
内分点・外分点

★知識の整理★

【1】内分点・外分点

複素数平面上で、2点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$ に対して、線分 AB を $m:n$ に内分する点を $P(z)$ とする。

点 A, P, B を、それぞれ $-\alpha$ だけ平行移動すると、 A は原点 O に移り、 P は点 $Q(z-\alpha)$ に、 B は点 $C(\beta-\alpha)$ に移る。このとき、3点 O, Q, C は一直線上にあり、 Q は点 C の原点からの



距離を $\frac{m}{m+n}$ 倍した点であるから、 $z-\alpha = \frac{m}{m+n}(\beta-\alpha)$

$$\text{よって、 } z = \alpha + \frac{m}{m+n}(\beta-\alpha) = \frac{n\alpha + m\beta}{m+n}$$

外分点についても同じようにして求めると、次のことがいえる。

▼ 内分点・外分点 ▼

2点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$ に対して、線分 AB を $m:n$ に

$$\text{内分する点は } \frac{n\alpha + m\beta}{m+n}, \quad \text{外分する点は } \frac{-n\alpha + m\beta}{m-n}$$

とくに、2点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$ を結ぶ線分の中点は $\frac{\alpha + \beta}{2}$ である。

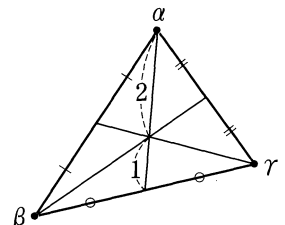
【2】三角形の重心

右図で、2点 β, γ を結ぶ線分の中点を δ とすると、

$$\delta = \frac{\beta + \gamma}{2}$$

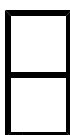
この三角形の重心を z とすると、 z は、2点 α, δ を結ぶ中線を $2:1$ に内分する点であるから、

$$z = \frac{\alpha + 2\delta}{2+1} = \frac{\alpha + (\beta + \gamma)}{3} = \frac{\alpha + \beta + \gamma}{3}$$



▼ 三角形の重心 ▼

複素数平面上の3点 α, β, γ を頂点とする三角形の重心は $\frac{\alpha + \beta + \gamma}{3}$ である。



第2章 複素数平面 2・平面図形と複素数

1 平面図形と複素数 (その3)

(2 / 5) ■ 内分点・外分点 ■

◇ 《内分点・外分点》 **学力化** → / .

★解法の技術★

2点 $\alpha = -2 + i$, $\beta = 3 + 2i$ を結ぶ線分を 4 : 1 に内分する点 γ , 外分する点 δ をそれぞれ求めよ。

【考え方】 2点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$ に対して, 線分 AB を $m : n$ に

$$\text{内分する点は } \frac{n\alpha + m\beta}{m+n}, \quad \text{外分する点は } \frac{-n\alpha + m\beta}{m-n}$$

[考える手順]

内分点

外分点

[答 案]

$$\gamma = \frac{(-2+i) + 4(3+2i)}{4+1} = \frac{10+9i}{5}$$

$$\delta = \frac{-(-2+i) + 4(3+2i)}{4-1} = \frac{14+7i}{3}$$

《図的状况》

