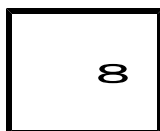
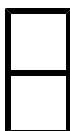


《 解答書 》



③ 数列の極限 (混合問題)

★ 知識の整理 ★

数列の一般項が分数の形で表されるとき、その極限は3つのタイプに分けられ、タイプに応じて簡単に求めることができる。

《タイプ1》 分子の次数 > 分母の次数 のとき
 $+\infty$ または $-\infty$ に発散する。

$$(例) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2}{3n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left(n - \frac{2}{n} \right)}{n \left(3 + \frac{1}{n} \right)} = \frac{\infty - 0}{3 + 0} = \infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^2 + 6}{2n + 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left(-n + \frac{6}{n} \right)}{n \left(2 + \frac{3}{n} \right)} = \frac{-\infty + 0}{2 + 0} = -\infty$$

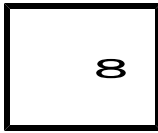
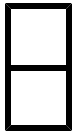
《タイプ2》 分子の次数 < 分母の次数 のとき
 極限值0に収束する。

$$(例) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n^2 + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left(\frac{2}{n} \right)}{n^2 \left(1 + \frac{2}{n^2} \right)} = \frac{0}{1 + 0} = 0$$

《タイプ3》 分子の次数 = 分母の次数 のとき ◀ 不定形になる
 分子と分母について、分母の最高次の項をくくり出す。
 そうすると、0でない極限值に収束する。

$$(例) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 1}{2n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \right)}{n^2 \left(2 + \frac{1}{n^2} \right)} = \frac{1 + 0 + 0}{2 + 0} = \frac{1}{2}$$

《 解 答 書 》



第3章 数列の極限 第1節 無限数列

1 無限数列と極限 (その2)

(2 / 3) ■ 極限の計算 (2) ■

◇ 《数列の極限 (混合問題)》 **学力化** → /

★演習★【1】

次の極限を求めよ。

- (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 - 2n + 3)$ (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n}{n+1}$ (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+1}$
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{\sqrt{n^2+1}}$ (5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-2}{\sqrt{4n^2+1}}$

【考え方】 分数の場合は、分子と分母の次数を比べて極限を調べる。(前ページ)
 タイプ1とタイプ2の場合は、次数を確認して直ちに答えを書いてよい。
 タイプ3の場合は、分子と分母について、分母の最高次の項をくくり出す。

[答 案]

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 - 2n + 3) = \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(1 - \frac{2}{n} + \frac{3}{n^2}\right) = \infty$ ◀ No. 7 (1 / 4)

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(5)}{n\left(1 + \frac{1}{n}\right)} = \frac{5}{1+0} = 5$ ◀ No. 6 (1 / 3)

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+1} = \infty$

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{\sqrt{n^2+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(2)}{n\sqrt{1 + \frac{1}{n^2}}} = \frac{2}{1+0} = 2$ ◀ No. 6 (3 / 3)
 $\sqrt{n^2}$ を括り出す。

(5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-2}{\sqrt{4n^2+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\left(1 - \frac{2}{n}\right)}{n\sqrt{4 + \frac{1}{n^2}}} = \frac{1-0}{\sqrt{4+0}} = \frac{1}{2}$ ◀ $\sqrt{n^2}$ を括り出す。