

第3章 三角関数 1・一般角の三角関数

4 三角関数の相互関係 (その1)

(1/5) ■ 三角関数の相互関係 ■

三角関数の相互関係

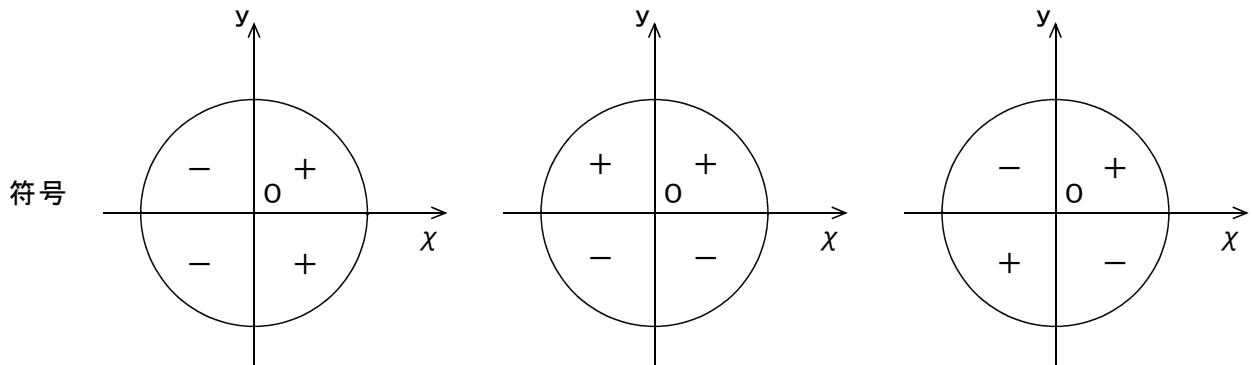
★知識の整理★

【1】三角関数の符号

・  $\cos \theta \rightarrow$  点 P の  $x$  座標

・  $\sin \theta \rightarrow$  点 P の  $y$  座標

・  $\tan \theta \rightarrow$  OP の傾き

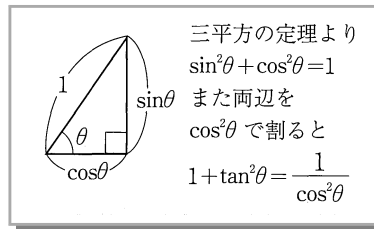


【2】三角関数の相互関係

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$



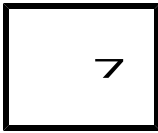
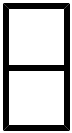
【3】 $\sin \theta$  の値から  $\cos \theta$ ,  $\tan \theta$  の値を求める方法

( $\cos \theta$  の値から求める場合も同様)

- ①  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  に  $\sin \theta$  の値を代入し,  $\cos^2 \theta$  の値を計算する。
- ② 角のある象限と符号に注意して  $\cos \theta$  の値を求める。
- ③  $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$  に  $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$  の値を代入し,  $\tan \theta$  の値を求める。

【4】 $\tan \theta$  の値から  $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$  の値を求める方法

- ①  $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$  に  $\tan \theta$  の値を代入し,  $\cos^2 \theta$  の値を計算する。
- ② 角のある象限と符号に注意して  $\cos \theta$  の値を求める。
- ③  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  に  $\cos \theta$  の値を代入し,  $\sin \theta$  の値を求める。



第3章 三角関数 1・一般角の三角関数

4 三角関数の相互関係 (その1)

(2/5) ■ 三角関数の相互関係 ■

★解法の技術★

角  $\theta$  と  $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$ ,  $\tan \theta$  のうち1つの値が次のように与えられたとき, 他の2つの値を求めなさい。

(1)  $\sin \theta = -\frac{1}{5}$  ( $\pi \leq \theta \leq \frac{3}{2}\pi$ )      (2)  $\tan \theta = -\sqrt{6}$  ( $\theta$  は第4象限の角)

【考え方】  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ ,  $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ ,  $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$

[答 案]

(1)  $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$

$$\cos^2 \theta = 1 - \left(-\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{24}{25}$$

$\pi \leq \theta \leq \frac{3}{2}\pi$  のとき,  $\cos \theta < 0$  だから

$$\cos \theta = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= -\frac{1}{5} \div \left(-\frac{2\sqrt{6}}{5}\right)$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{12}$$

よって,  $\tan \theta = \frac{\sqrt{6}}{12}$

(2)  $\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta$

$$= 1 + (-\sqrt{6})^2 = 7$$

これを解くと,  $\cos^2 \theta = \frac{1}{7}$

$\theta$  が第4象限の角のとき,  $\cos \theta > 0$

だから,  $\cos \theta = \frac{\sqrt{7}}{7}$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

$\theta$  が第4象限の角のとき,  $\sin \theta < 0$

だから,  $\sin \theta = -\frac{\sqrt{42}}{7}$

【注】 (2)  $\theta$  に条件がついていないときは,  $\cos \theta$  は±をとり, それぞれについて  $\sin \theta$  の値を求める。