

第2章 図形と方程式 2・円と直線

2 円と直線 (その2)

(1 / 5) ■ 円と直線の位置関係 (2) - ① ■

直線の決定 (点と直線の距離の利用)

★知識の整理★

円と直線の位置関係を調べるには、次の2つの方法がある。

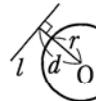
【1】円と直線の位置関係 (1) : 判別式の利用

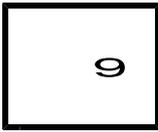
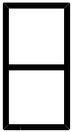
円の方程式と直線の方程式を連立させてつくった2次方程式の判別式をDとすれば、

- (1)  $D > 0$  のとき、円と直線は異なる2点で交わる。
- (2)  $D = 0$  のとき、円と直線は接する。
- (3)  $D < 0$  のとき、円と直線は共有点をもたない。

【2】円と直線の位置関係 (2) : 点と直線の距離の利用

円と直線の位置関係については、円の中心から直線  $l$  までの距離を  $d$ 、円の半径を  $r$  とするとき、次のことがいえる。

$d$ と $r$ の大小	$d < r$	$d = r$	$d > r$
円と直線の位置関係	異なる2点で交わる 	接する 	共有点をもたない 
共有点の個数	2個	1個	0個



第2章 図形と方程式 2・円と直線

**2** 円と直線 (その2)

(2/5) ■ 円と直線の位置関係 (2) - ① ■

★解法の技術★

円  $x^2 + y^2 = 1$  と直線  $y = 2x + k$  が異なる2点で交わるように、定数  $k$  の値の範囲を定めなさい。

【考え方】円と直線の位置関係の2つの調べ方のうち、ここでは  
【2】点と直線の距離を利用する方法、で解いてみます。

[考える手順]

\* 全体の解法の方針

1 円の中心の座標と半径を求める

2 円の中心と直線の距離  $d$  を求める

3 条件を満たす定数の範囲を求める

[答 案]

円と直線が異なる2点で交わる時、円の中心から直線  $l$  までの距離を  $d$ 、円の半径を  $r$  とするとき、 $d < r$  となるから、この条件を満たす  $k$  の値の範囲を求める。

円  $x^2 + y^2 = 1$  の中心は原点で、半径  $r = 1$

原点と直線  $2x - y + k = 0$  の距離  $d$  は、

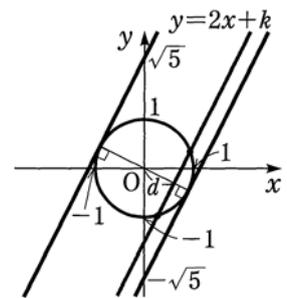
$$d = \frac{|2 \cdot 0 + (-1) \cdot 0 + k|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{5}}$$

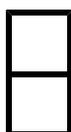
円と直線が異なる2点で交わるのは、 $d < r$  のときであるから、

$$\frac{|k|}{\sqrt{5}} < 1$$

$$|k| < \sqrt{5}$$

よって、 $-\sqrt{5} < k < \sqrt{5}$





## 第2章 図形と方程式 2・円と直線

### 2 円と直線（その2）

(3/5) ■ 円と直線の位置関係(2)－① ■

◇ 《直線の決定（点と直線の距離の利用）》 **学力化** → /

-----  
★理解のチェック★

円  $x^2 + y^2 = 2$  と直線  $y = -x + k$  が共有点をもたないように、定数  $k$  の値の範囲を定めなさい。

-----  
【考え方】 円の中心から直線までの距離を  $d$ 、円の半径を  $r$  とすると、円と直線が共有点をもたないのは  $d > r$  のときである。

[考える手順]

\* 全体の解法の方針

1 円の中心の座標と

半径を求める

2 円の中心と直線の

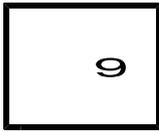
距離  $d$  を求める

3 条件を満たす定数の

範囲を求める

[答 案]

円と直線が共有点をもたないとき、円の中心から直線  $l$  までの距離を  $d$ 、円の半径を  $r$  とするとき、 $d > r$  となるから、この条件を満たす  $k$  の値の範囲を求める。



第2章 図形と方程式 2・円と直線

2 円と直線 (その2)

(4 / 5) ■ 円と直線の位置関係 (2) - ① ■

◇ 《直線の決定 (点と直線の距離の利用)》 **学力化** → /

★演習★【1】

次の問いに答えなさい。

- (1) 円  $x^2 + y^2 =$  と直線  $y = mx + 4$  が接するように、定数  $m$  の値を求めなさい。
- (2) 円  $x^2 + y^2 = 10$  と直線  $y = x + n$  が共有点をもたないように、定数  $n$  の値の範囲を求めなさい。
- (3) 円  $x^2 + y^2 =$  と直線  $y = 2x + m$  が共有点をもつように、定数  $m$  の値の範囲を求めなさい。

[答 案] **問題は、数専ゼミ・東原教室で学習することができます。**

(1) [考える手順]

\* 全体の解法の方針

**1** 円の中心の座標と  
半径を求める

**2** 円の中心と直線の  
距離  $d$  を求める

**3** 条件を満たす定数の  
範囲を求める

[答 案]

円と直線が接するとき、  
.....  
.....  
.....

□ □ 【円と直線 No. 9 (4 / 5)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

➔ (前のページからのつづき)

(2) [考える手順]

[答 案]

\* 全体の解法の方針

円と直線が共有点をもたないとき, .....

.....

.....

1 円の中心の座標と

半径を求める

2 円の中心と直線の

距離 $d$ を求める

3 条件を満たす定数の

範囲を求める

(3) [考える手順]

[答 案]

\* 全体の解法の方針

円と直線が共有点をもつとき, .....

.....

.....

1 円の中心の座標と

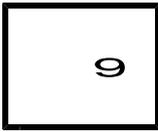
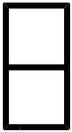
半径を求める

2 円の中心と直線の

距離 $d$ を求める

3 条件を満たす定数の

範囲を求める



第2章 図形と方程式 2・円と直線

2 円と直線 (その2)

(5 / 5) ■ 円と直線の位置関係 (2) - ① ■

◇ 《直線の決定 (点と直線の距離の利用)》 **学力化** → /

★演習★【2】

円  $x^2 + y^2 = 4$  と直線  $y = x + k$  の共有点の個数は、定数  $k$  の値によってどのように変わりますか。

[考える手順]

\* 全体の解法の方針

1 円の中心の座標と半径を求める

2 円の中心と直線の距離  $d$  を求める

3 条件を満たす定数の範囲を求める

[答 案]

円と直線の共有点の個数は、円の中心から直線  $l$  までの距離を  $d$ 、円の半径を  $r$  とするとき、 $d$  と  $r$  の大小関係より決まるから、この大小関係の条件を満たす  $k$  の値の範囲を求める。

(i) 円と直線が異なる2点で交わるのは、.....

(ii) 円と直線が接するのは、.....

(iii) 円と直線が共有点をもたないのは、.....

よって、円と直線の共有点の個数は、