

直線の決定(判別式の利用)

★解法の技術★

円 $x^2 + y^2 = 1$ と直線 $y = 2x + k$ が異なる2点で交わるように、定数 k の値の範囲を定めなさい。

[考える手順]

* 全体の解法の方針

1 連立方程式を立てる

2 1文字を消去して
2次方程式を作る

3 判別式 D を作る

4 条件を満たす定数の
範囲を求める

[答 案]

円と直線が異なる2点で交わる時、直線の式を円の式に代入して得られる2次方程式は異なる2つの実数解をもつから、この2次方程式の判別式を D とし、 $D > 0$ となる k の値の範囲を求める。

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 & \dots \textcircled{1} \\ y = 2x + k & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

②を①に代入

$$\begin{aligned} x^2 + (2x + k)^2 &= 1 \\ x^2 + 4x^2 + 4kx + k^2 &= 1 \\ 5x^2 + 4kx + k^2 - 1 &= 0 \quad \dots \textcircled{3} \end{aligned}$$

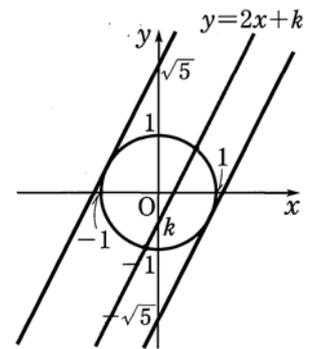
③の判別式を D とすると、

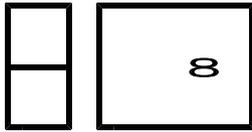
$$\begin{aligned} D &= (4k)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (k^2 - 1) \\ &= 16k^2 - 20k^2 + 20 \\ &= -4k^2 + 20 \end{aligned}$$

①と②が異なる2点で交わるには、方程式③が異なる2つの実数解をもてばよいから、

$$\begin{aligned} -4k^2 + 20 &> 0 \\ k^2 - 5 &< 0 \\ (k + \sqrt{5})(k - \sqrt{5}) &< 0 \end{aligned}$$

よって、 $-\sqrt{5} < k < \sqrt{5}$





第2章 図形と方程式 2・円と直線

2 円と直線(その2)

(2/5) ■ 円と直線の位置関係(1) - ② ■

◇ 《直線の決定(判別式の利用)》 **学力化** → /

----- ★理解のチェック★ -----

円 $x^2 + y^2 = 2$ と直線 $y = -x + k$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) 円と直線が異なる2点で交わるように、定数 k の値の範囲を定めなさい。
- (2) 円と直線が接するときの k の値と、接点の座標を求めなさい。

【考え方】 円と直線の共有点の個数は、2つの方程式を連立させた実数解の個数と一致する。

共有点2個 \iff 異なる2つの実数解

接する(共有点1個) \iff 重解

(1) [考える手順] [答 案]

* 全体の解法の方針

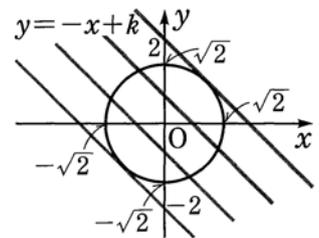
円と直線が異なる2点で交わる時、直線の式を円の式に代入して得られる2次方程式は異なる2つの実数解をもつから、この2次方程式の判別式を D とし、 $D > 0$ となる k の値の範囲を求める。

1 連立方程式を立てる

2 1文字を消去して
2次方程式を作る

3 判別式 D を作る

4 条件を満たす定数の
範囲を求める



ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【円と直線 No. 8 (2 / 5)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

↗ (前のページからのつづき)

(2) [考える手順]

* 全体の解法の方針

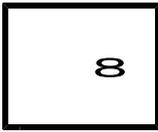
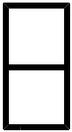
4 条件を満たす定数の
範囲を求める

5 接点の座標を求める

[答 案]

円と直線が接するとき、直線の式を円の式に代入して得られる2次方程式は重解をもつから、この2次方程式の判別式をDとし、 $D=0$ となるkの値を求める。

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 2・円と直線

2 円と直線(その2)

(3/5) ■ 円と直線の位置関係(1) - ② ■

◇ 《直線の決定(判別式の利用)》 **学力化** → / ,

★演習★【1】

円 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 5$ と直線 $y = x + m$ が異なる2点で交わる時、定数 m の値の範囲を求めなさい。

【考え方】 必要ならば、次の乗法公式を使って下さい。

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

[考える手順]

* 全体の解法の方針

1 連立方程式を立てる

2 1文字を消去して
2次方程式を作る

3 判別式Dを作る

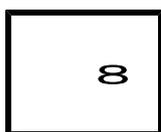
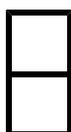
4 条件を満たす定数の
範囲を求める

[答 案]

円と直線が異なる2点で交わる時、

.....

.....



第2章 図形と方程式 2・円と直線

2 円と直線(その2)

(4/5) ■ 円と直線の位置関係(1) - ② ■

◇ 《直線の決定(判別式の利用)》 **学力化** → / ,

★演習★【2】

点(1, 12)を通る傾きが m の直線と、円 $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 5 = 0$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) 直線と円が異なる2点で交わるように、 m の値の範囲を定めなさい。
- (2) 直線と円が接するときの m の値と、接点の座標を求めなさい。

(1) [考える手順]

* 全体の解法の方針

0 直線の式を作る

1 連立方程式を立てる

2 1文字を消去して

2次方程式を作る

[答 案]

円と直線が異なる2点で交わる時、

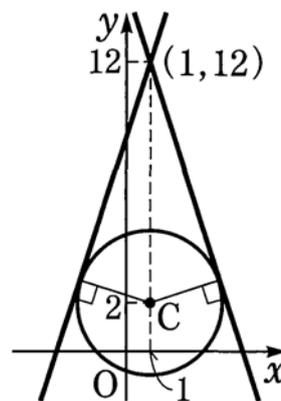
ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【円と直線 No. 8 (4 / 5)】 - 〈2枚目 / 3枚〉

➡ (前のページからのつづき)

3 判別式Dを作る

4 条件を満たす定数の
範囲を求める



(次のページへつづく) ➡

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【円と直線 No. 8 (4 / 5)】 - 〈3枚目 / 3枚〉

↗ (前のページからのつづき)

(2) [考える手順]

* 全体の解法の方針

[答 案]

円と直線が接するとき,

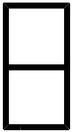
.....

.....

4 条件を満たす定数の

範囲を求める

5 接点の座標を求める



第2章 図形と方程式 2・円と直線

2 円と直線 (その2)

(5 / 5) ■ 円と直線の位置関係 (1) - ② ■

◇ 《直線の決定 (判別式の利用)》 **学力化** → /

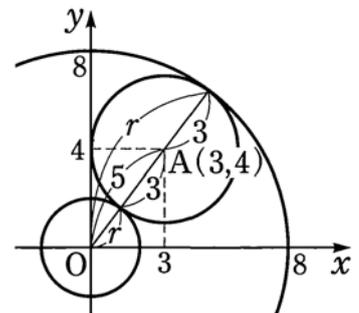
★演習★【3】

2つの円 $x^2 + y^2 = r^2$, $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 9$ が共有点をもたないように、正の数 r の値の範囲を定めなさい。

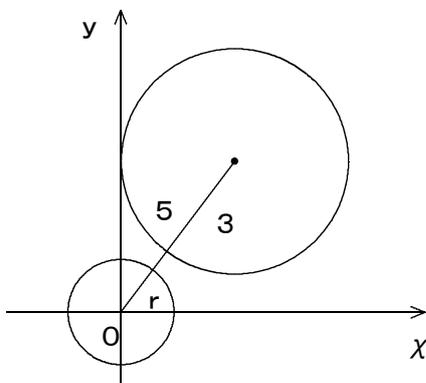
【考え方】 2つの円が共有点をもたないのは、次の2つの場合である。

- (i) 2つの円が離れている。
- (ii) 一方の円が他方の円を含んでいる。

[答 案]



(i)



(ii)

