■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

２７

第２章　平面上のベクトル　１・ベクトルとその演算

4 ベクトルの内積（その７）

（３／７）■　三角形の面積　■

◇《三角形の面積》**学力化**➡　／　，

★演習★【１】

△ＡＢＣにおいて，$|\overrightarrow{AB}|=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$ とする。３点Ａ，Ｂ，Ｃが次の条件を満たすとき，△ＡＢＣの面積Ｓを求めなさい。

(1)　$|\vec{b}|=3$，$|\vec{c}|=5$，$\vec{b}\cdot\vec{c}=4$ のとき

(2)　$\vec{b}=(3,\ 2)$，$\vec{c}=(2,\ 2)$

(3)　$|\vec{b}|=3$，$|\vec{c}|=\sqrt{2}$，$|\vec{b}+2\vec{c}|=\sqrt{29}$ のとき

(4)　$|\vec{b}|=2$，$|\vec{c}|=1$ で，$\vec{b}+\vec{c}$ と $2\vec{b}-5\vec{c}$ が垂直のとき

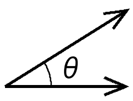
【考え方】(3)，(4) は，内積 $\vec{b}\cdot\vec{c}$ を，与えられた条件から求めておく必要があります。

・(3)　$|\vec{b}+2\vec{c}|=\sqrt{29}$　…両辺を２乗して $\vec{b}\cdot\vec{c}$ を求める。

・(4)　２つのベクトルの内積が０を利用して $\vec{b}\cdot\vec{c}$ を求める。

［答　案］

(1)



$\vec{b}=(*)$　$|\vec{b}|=3$

$\vec{c}=(*)$　$|\vec{c}|=5$

$\vec{b}\cdot\vec{c}=4$

//

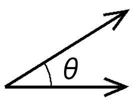
$$S=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{b}|^2|\vec{c}|^2-(\vec{b}\cdot\vec{c})^2}$$

◀ベクトルを使った三角形の面積の公式

$$=\frac{1}{2}\sqrt{3^2\times5^2-4^2}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{209}$$

(2)



$\vec{b}=(3,\ 2)$　$|\vec{b}|=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$

$\vec{c}=(2,\ 2)$　$|\vec{c}|=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$

$\vec{b}\cdot\vec{c}=3\times2+2\times2=10$

//

$$S=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{b}|^2|\vec{c}|^2-(\vec{b}\cdot\vec{c})^2}$$

◀ベクトルを使った三角形の面積の公式

$$=\frac{1}{2}\sqrt{(\sqrt{3})^2\times(2\sqrt{2})^2-10^2}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{104-100}$$

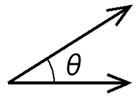
$$=1$$

（次のページへつづく）↗

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

↗（前のページからのつづき）

(3)



$\vec{b}=(*)$　$|\vec{b}|=3$

$\vec{c}=(*)$　$|\vec{c}|=\sqrt{2}$

$\vec{b}\cdot\vec{c}=3$　　◀下の ＊ で計算

//

$*|\vec{b}+2\vec{c}|^2=|\vec{b}|^2+4\vec{b}\cdot\vec{c}+4|\vec{c}|^2=(\sqrt{29})^2$　　◀条件を使って$\vec{b}\cdot\vec{c}$の値を求める。

$3^2+4\vec{b}\cdot\vec{c}+4\times(\sqrt{2})^2=29$　　（面積を求めるのに必要だから。）

$4\vec{b}\cdot\vec{c}=12$

$\vec{b}\cdot\vec{c}=3$

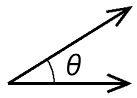
//

$S=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{b}|^2|\vec{c}|^2-(\vec{b}\cdot\vec{c})^2}$　　◀ベクトルを使った三角形の面積の公式

$=\frac{1}{2}\sqrt{3^2\times(\sqrt{2})^2-3^2}$

$=\underline{\frac{3}{2}}$

(4)



$\vec{b}=(*)$　$|\vec{b}|=2$

$\vec{c}=(*)$　$|\vec{c}|=1$

$\vec{b}\cdot\vec{c}=1$　　◀下の ＊ で計算：条件を使って$\vec{b}\cdot\vec{c}$の値を求める

//　　（面積を求めるのに必要だから。）

$(\vec{b}+\vec{c})\cdot(2\vec{b}-5\vec{c})=2|\vec{b}|^2-3\vec{b}\cdot\vec{c}-5|\vec{c}|^2=0$　　◀垂直

$2\times2^2-3\vec{b}\cdot\vec{c}-5\times1^2=0$

$8-3\vec{b}\cdot\vec{c}-5=0$

$-3\vec{b}\cdot\vec{c}=-3$

$\vec{b}\cdot\vec{c}=1$

//

$S=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{b}|^2|\vec{c}|^2-(\vec{b}\cdot\vec{c})^2}$　　◀ベクトルを使った三角形の面積の公式

$=\frac{1}{2}\sqrt{2^2\times1^2-1^2}$

$=\underline{\frac{\sqrt{3}}{2}}$