■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

《 解 答 書 》

| 27 |

第２章　平面上のベクトル　１・ベクトルとその演算

4 ベクトルの内積（その７）

（３／７）■　三角形の面積　■

◇《三角形の面積》学力化➡　　／　，

★演習★【１】

△ＡＢＣにおいて，$|\overrightarrow{AB}| = \vec{b}$，$\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ とする。３点Ａ，Ｂ，Ｃが次の条件を満たすとき，△ＡＢＣの面積Ｓを求めなさい。

(1)　$|\vec{b}| = 3$，$|\vec{c}| = 5$，$\vec{b} \cdot \vec{c} = 4$ のとき

(2)　$\vec{b} = (3,\ 2)$，$\vec{c} = (2,\ 2)$

(3)　$|\vec{b}| = 3$，$|\vec{c}| = \sqrt{2}$，$|\vec{b} + 2\vec{c}| = \sqrt{29}$ のとき

(4)　$|\vec{b}| = 2$，$|\vec{c}| = 1$ で，$\vec{b} + \vec{c}$ と $2\vec{b} - 5\vec{c}$ が垂直のとき

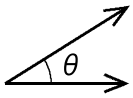
【考え方】(3)，(4) は，内積 $\vec{b} \cdot \vec{c}$ を，与えられた条件から求めておく必要があります。

・(3)　$|\vec{b} + 2\vec{c}| = \sqrt{29}$　…両辺を２乗して $\vec{b} \cdot \vec{c}$ を求める。

・(4)　２つのベクトルの内積が０を利用して $\vec{b} \cdot \vec{c}$ を求める。

［答　　案］

(1)



$\vec{b} = (*)$　$|\vec{b}| = 3$

$\vec{c} = (*)$　$|\vec{c}| = 5$

$\vec{b} \cdot \vec{c} = 4$

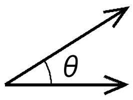
//

$S = \frac{1}{2}\sqrt{|\vec{b}|^2|\vec{c}|^2 - (\vec{b}\cdot\vec{c})^2}$　　◀ベクトルを使った三角形の面積の公式

$= \frac{1}{2}\sqrt{3^2 \times 5^2 - 4^2}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{209}$

(2)



$\vec{b} = (3,\ 2)$　$|\vec{b}| = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{13}$

$\vec{c} = (2,\ 2)$　$|\vec{c}| = \sqrt{2^2+2^2} = 2\sqrt{2}$

$\vec{b} \cdot \vec{c} = 3 \times 2 + 2 \times 2 = 10$

//

$S = \frac{1}{2}\sqrt{|\vec{b}|^2|\vec{c}|^2 - (\vec{b}\cdot\vec{c})^2}$　　◀ベクトルを使った三角形の面積の公式

$= \frac{1}{2}\sqrt{(\sqrt{3})^2 \times (2\sqrt{2})^2 - 10^2}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{104 - 100}$

$= 1$

（次のページへつづく）↗

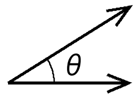
■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

《 ***解 答 書*** 》

□ □ 【ベクトルとその演算 **No.２７** （３／７）】 ー〈２枚目／２枚〉

↗ （前のページからのつづき）

(3)



$\vec{b}=(*)\quad |\vec{b}|=3$

$\vec{c}=(*)\quad |\vec{c}|=\sqrt{2}$

$\vec{b}\cdot\vec{c}=3$ ◀下の ＊ で計算

//

$*\;|\vec{b}+2\vec{c}|^2=|\vec{b}|^2+4\vec{b}\cdot\vec{c}+4|\vec{c}|^2=(\sqrt{29})^2$ ◀条件を使って $\vec{b}\cdot\vec{c}$ の値を求める。

$3^2+4\vec{b}\cdot\vec{c}+4\times(\sqrt{2})^2=29$ （面積を求めるのに必要だから。）

$4\vec{b}\cdot\vec{c}=12$

$\vec{b}\cdot\vec{c}=3$

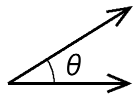
//

$S=\dfrac{1}{2}\sqrt{|\vec{b}|^2|\vec{c}|^2-(\vec{b}\cdot\vec{c})^2}$ ◀ベクトルを使った三角形の面積の公式

$=\dfrac{1}{2}\sqrt{3^2\times(\sqrt{2})^2-3^2}$

$=\dfrac{3}{2}$

(4)



$\vec{b}=(*)\quad |\vec{b}|=2$

$\vec{c}=(*)\quad |\vec{c}|=1$

$\vec{b}\cdot\vec{c}=1$ ◀下の ＊ で計算：条件を使って $\vec{b}\cdot\vec{c}$ の値を求める

// （面積を求めるのに必要だから。）

$(\vec{b}+\vec{c})\cdot(2\vec{b}-5\vec{c})=2|\vec{b}|^2-3\vec{b}\cdot\vec{c}-5|\vec{c}|^2=0$ ◀垂直

$2\times2^2-3\vec{b}\cdot\vec{c}-5\times1^2=0$

$8-3\vec{b}\cdot\vec{c}-5=0$

$-3\vec{b}\cdot\vec{c}=-3$

$\vec{b}\cdot\vec{c}=1$

//

$S=\dfrac{1}{2}\sqrt{|\vec{b}|^2|\vec{c}|^2-(\vec{b}\cdot\vec{c})^2}$ ◀ベクトルを使った三角形の面積の公式

$=\dfrac{1}{2}\sqrt{2^2\times1^2-1^2}$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$