

6章 積分法 3・面積

1 面積(1) (その4)

(1/4) ■ 曲線と接線の囲む図形の面積① ■

曲線と接線の囲む図形の面積①《基本型》

— ●★解法の技術★の学習のしかた●—

- (1) 下の答案を学習し、解法プロセスを覚えましょう。／覚えたら、……
- (2) 模範解答を見ないで、次のページの★理解のチェック★の問題を解いてみましょう。
(模範解答を見ながら答案を書いても力はずきません。一度、「解法プロセス」を頭の中に入れることが大切です。)

◇ 《曲線と接線の囲む図形の面積①基本型》 **学力化** → /

★解法の技術★

曲線 $y = x^3 - 2x^2 + x$ 上の点 $(0, 0)$ における接線とこの曲線とで囲まれた部分の面積を求めよ。

【考え方】 曲線と接線の2つの交点がわかれば、その区間内の図形の面積を求めることができる。ただし、条件として接線の方程式が与えられていないから、まず、これを求めることから始める。

一般に、直線は、傾きとその直線が通る1点の座標がわかれば求まる。

[考える手順]

1 接線の方程式を
求める。

2 曲線と接線の共有点
の x 座標を求める。

3 図をかく

[答 案]

$y' = 3x^2 - 4x + 1$ より、原点における接線の傾きは

$$f'(0) = 3 \cdot 0^2 - 4 \cdot 0 + 1 = 1$$

よって、接線の方程式は、

傾き1、点 $(0, 0)$ を通る直線なので、

$$y - 0 = 1(x - 0)$$

$$y = x$$

また、曲線 $y = x^3 - 2x^2 + x$ と接線 $y = x$ の共有点の x 座標は、

$$x^3 - 2x^2 + x = x \quad \text{すなわち} \quad x^2(x - 2) = 0$$

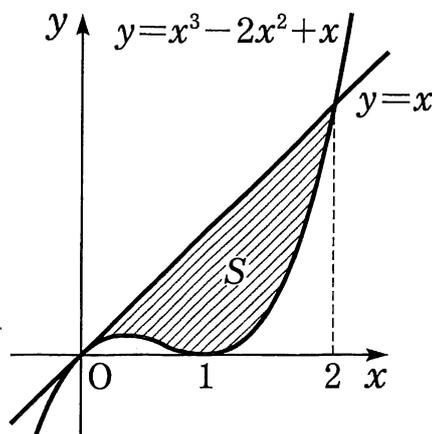
の解であるから、 $x = 0, 2$

◀ 《接線の方程式の求め方》

接点 (a, b) 、傾き m の直線

$$y - b = m(x - a)$$

* m は微分係数



◀ 図において、2つのグラフが x 座標が0である点で接することから、連立した方程式は、 $x = 0$ を重解にもつことがわかる。

□ □ 【面積 No. 7 (1 / 4)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

➔ (前のページからのつづき)

4 面積を求める(積分)

上の図より、区間 $0 \leq x \leq 2$ で $x > x^3 - 2x^2 + x$ であるから、
求める面積 S は、

$$S = \int_0^2 \{x - (x^3 - 2x^2 + x)\} dx$$

◀面積は「上-下のインテグラル」

$$= \int_0^2 (-x^3 + 2x^2) dx$$

$$= \left[-\frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 \right]_0^2$$

$$= \left(-\frac{1}{4} \cdot 2^4 + \frac{2}{3} \cdot 2^3 \right) - 0$$

$$= -4 + \frac{16}{3}$$

$$= \frac{-12 + 16}{3}$$

$$= \frac{4}{3}$$