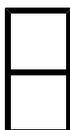


《 解答書 》



第5章 微分法 4・いろいろな応用

1 グラフの凹凸（その1）

(4/7) ■ グラフの凹凸と変曲点の求め方(その2) ■

◇ 《いろいろな関数のグラフの凹凸と変曲点》 **学力化** → /

★演習★【2】

次の関数のグラフの凹凸を調べ、変曲点があれば、その座標を求めよ。

$$f(x) = x^2 e^x$$

[答 案]

$$f(x) = x^2 e^x$$

1 (第2次導関数を求める)

$$f'(x) = (x^2 e^x)'$$

$$= (x^2)' \cdot e^x + x^2 \cdot (e^x)'$$

◀ 積の微分

$$= 2x e^x + x^2 e^x$$

$$= (2x + x^2) e^x$$

$$f''(x) = \{(2x + x^2) e^x\}'$$

$$= (2x + x^2)' e^x + (2x + x^2) (e^x)'$$

◀ 積の微分

$$= (2 + 2x) e^x + (2x + x^2) e^x$$

◀ 和の微分 / $(e^x)' = e^x$

$$= (x^2 + 4x + 2) e^x \quad \dots \textcircled{1}$$

2 (グラフの凹凸を調べる)

①で、 $f''(x) > 0$ となる x の範囲は、

◀ 接線の傾きが増加していく範囲を考える。

$$(x^2 + 4x + 2) e^x > 0 \quad \text{すなわち}$$

◀ $e^x > 0$ より、両辺を e^x でわる。

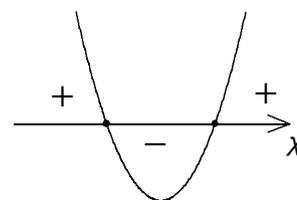
$$x^2 + 4x + 2 = 0 \text{とおくと、} x = -2 \pm \sqrt{2} \text{であるから、}$$

$$(x + 2 - \sqrt{2})(x + 2 + \sqrt{2}) > 0 \text{より、} x < -2 - \sqrt{2}, \quad -2 + \sqrt{2} < x$$

よって、 $f(x)$ のグラフは、

$$\underline{x < -2 - \sqrt{2}, \quad -2 + \sqrt{2} < x \text{ で下に凸,}}$$

$$\underline{-2 - \sqrt{2} < x < -2 + \sqrt{2} \text{ で上に凸} \quad \dots \textcircled{2}}$$



(次のページへつづく) →

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

《 解答書 》

□ □ 【いろいろな応用 No. 2 (4/7)】 - 〈2枚目/2枚〉

↗ (前のページからのつづき)

3 (変曲点の座標を求める)

②より, $x = -2 - \sqrt{2}, -2 + \sqrt{2}$ でグラフの凹凸が入れかわるから,

変曲点の座標は, $(-2 - \sqrt{2}, 2(3 + 2\sqrt{2})e^{-2 - \sqrt{2}})$,
 $(-2 + \sqrt{2}, 2(3 - 2\sqrt{2})e^{-2 + \sqrt{2}})$

$$\blacktriangleleft f(-2 - \sqrt{2}) = (-2 - \sqrt{2})^2 e^{-2 - \sqrt{2}} = 2(3 + 2\sqrt{2})e^{-2 - \sqrt{2}}$$

$$\blacktriangleleft f(-2 + \sqrt{2}) = (-2 + \sqrt{2})^2 e^{-2 + \sqrt{2}} = 2(3 - 2\sqrt{2})e^{-2 + \sqrt{2}}$$