

2直線の交点を通る直線

◇ 《2直線の交点を通る直線》 学力化 →

★知識の整理★

【1】 2直線の交点を通る直線

2直線 $2x - y - 3 = 0$ …①

$x + 2y - 4 = 0$ …②

の交点の座標は、2直線の方程式を連立させて解いて、点(2, 1)になる。

★

kを定数として、方程式

$2x - y - 3 + k(x + 2y - 4) = 0$ …③

を考えてみよう。

$k = -2, -1, 0, 1, 2$

のとき、③は、それぞれ、右の図のような直線を表し、

いずれも、定点(2, 1)を通っている。 ◀①に $x=2, y=1$ を代入すると、いずれも0になるということ

したがって、③は、2直線①、②の交点を通る直線を表している。

ただし、③は、直線② ($x + 2y - 4 = 0$) は表さない。

【注1】

【注1】 ③の方程式は、①と②の2つの直線の交点(2, 1)を通る直線を表すが、直線② ($x + 2y - 4 = 0$) を表すことはできない。

これは、直線 $x + 2y - 4 = 0$ 上の点(0, 2)が次のように、③を満たさないからわかる。

$$\begin{cases} x=0, y=2 \text{ を③の式に代入すると,} \\ 2x - y - 3 + k(x + 2y - 4) \\ = 2 \cdot 0 - 2 - 3 + k(0 + 2 \cdot 2 - 4) \\ = -5 \neq 0 \\ \text{となり, (0, 2) は③の等式を満たさない。} \end{cases}$$

◀ $x + 2y - 4 = 0$ より
 $y = -\frac{1}{2}x + 2$
 だから、(0, 2) はこの直線上の点である。

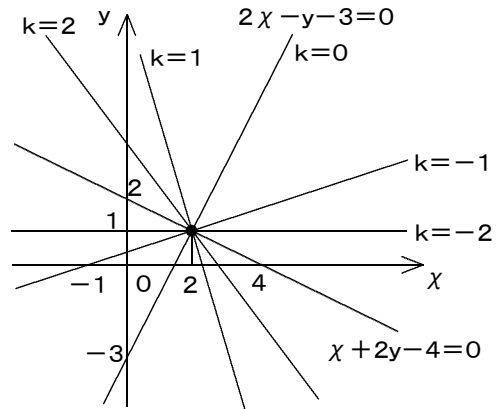
【注2】 交点(2, 1)を通り、②を含む直線を表すには、

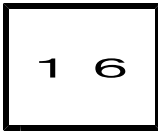
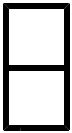
$k(2x - y - 3) + (x + 2y - 4) = 0$

とすればよい。ただし、こちらは直線①を表すことができない。

【注3】 交点(2, 1)を通る直線のすべてを表す方程式は、定数 k, l を用いて、次のように書ける。

$k(2x - y - 3) + l(x + 2y - 4) = 0$





第2章 図形と方程式 1・点と直線

4 2直線の平行・垂直 (その6)

(2/5) ■ 2直線の交点を通る直線 ■

◇ 《2直線の交点を通る直線》 **学力化** → / .

★解法の技術★

次の2直線①, ②が与えられている。

$$\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 & \dots ① \\ x - 3y + 2 = 0 & \dots ② \end{cases}$$

(1) 2直線①, ②の交点の座標を求めなさい。

(2) 直線 $2x + y - 3 + k(x - 3y + 2) = 0$ $\dots ③$

は, ①, ②の交点を通ることを示しなさい。

(3) ①, ②の交点と点(5, 2)を通る直線の方程式を求めなさい。

[答 案]

$$\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 & \dots ① \\ x - 3y + 2 = 0 & \dots ② \end{cases}$$

(1) ①-②×2より

$$\begin{array}{r} 2x + y - 3 = 0 \\ -) 2x - 6y + 4 = 0 \\ \hline 7y - 7 = 0 \\ 7y = 7 \\ y = 1 \end{array}$$

これを①に代入して

$$\begin{array}{r} 2x + 1 - 3 = 0 \\ 2x = 2 \\ x = 1 \end{array}$$

$(x, y) = (1, 1)$

(2) (証明)

$$2x + y - 3 + k(x - 3y + 2) = 0 \quad \dots ③$$

$(x, y) = (1, 1)$ のとき,

$$\begin{cases} 2 \times (1) + (1) - 3 = 0 \\ \text{かつ} \\ (1) - 3 \times (1) + 2 = 0 \end{cases}$$

だから, ③は必ず成立する。 ◀恒等式の性質より
よって, 与えられた直線③は, ①と②の交点を通る。

ただし, ③は直線 $x - 3y + 2 = 0$ は表さない。
(証明終わり)

(3)

① (2直線の交点を通る直線を定数kを用いて表す)

2直線①, ②は, 傾きが異なるから1点で交わり,

kを定数とした方程式 $2x + y - 3 + k(x - 3y + 2) = 0$ $\dots ③$

は, ①, ②の交点を通る直線を表す。

(ただし, ③の式は, 直線② ($x - 3y + 2 = 0$) は表さない。)

◀前ページ参照

② (kの値を求める)

③が点(5, 2)を通るとき, $x = 5, y = 2$ を③に代入して,

$$\begin{array}{r} 2 \cdot 5 + 2 - 3 + k(5 - 3 \cdot 2 + 2) = 0 \\ 9 + k = 0 \text{より, } k = -9 \quad \dots ④ \end{array}$$

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【円と直線 No. 16 (2/5)】 - 〈2枚目/2枚〉

↗ (前のページからのつづき)

③ (直線の方程式を求める)

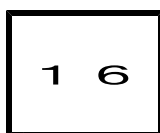
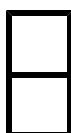
④を③に代入して,

$$2x + y - 3 + (-9)(x - 3y + 2) = 0$$

$$2x + y - 3 - 9x + 27y - 18 = 0$$

$$-7x + 28y - 21 = 0$$

$$\underline{x - 4y + 3 = 0}$$



第2章 図形と方程式 1・点と直線

4 2直線の平行・垂直 (その6)

(3/5) ■ 2直線の交点を通る直線 ■

◇ 《2直線の交点を通る直線》 **学力化** → /

----- ★理解のチェック★ -----

次の2直線①, ②が与えられている。

$$\begin{cases} 3x - y + 1 = 0 & \dots ① \\ 4x + 3y - \quad = 0 & \dots ② \end{cases}$$

- (1) ①, ②の交点と点(2, 1)を通る直線の方程式を求めなさい。
(2) ①, ②の交点と点(0, 0)を通る直線の方程式を求めなさい。
(3) ①, ②の交点と点(4, -2)を通る直線の方程式を求めなさい。

[答 案]

1 (2直線の交点を通る直線を定数kを用いて表す)

(1) ①, ②の交点と点(2, 1)を通る直線

2 (kの値を求める)

3 (直線の方程式を求める)

(2) ①, ②の交点と点(0, 0)を通る直線

2 (kの値を求める)

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【円と直線 No. 16 (3/5)】 - 〈2枚目/2枚〉

↗ (前のページからのつづき)

3 (直線の方程式を求める)

(3) ①, ②の交点と点(4, -2)を通る直線

2 (kの値を求める)

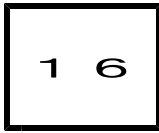
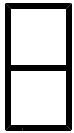
◀ ここでは, kは求まらない!

3 (直線の方程式を求める)

そこで,

◀ kが求まらないときの「手」(その1)

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 1・点と直線

4 2直線の平行・垂直 (その6)

(4/5) ■ 2直線の交点を通る直線 ■

◇ 《2直線の交点を通る直線》 **学力化** → / ,

★演習★【1】

2直線 $4x + y + 12 = 0$, $x - 2y - = 0$ の交点と点(6, 8)を通る直線の方程式を求めなさい。

[答 案]

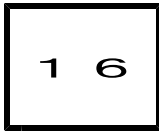
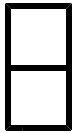
$$\begin{cases} 4x + y + 12 = 0 & \dots\text{①} \\ x - 2y - = 0 & \dots\text{②} \end{cases}$$

1 (2直線の交点を通る直線を定数kを用いて表す)

2 (kの値を求める)

3 (直線の方程式を求める)

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 1・点と直線

4 2直線の平行・垂直 (その6)

(5 / 5) ■ 2直線の交点を通る直線 ■

◇ 《2直線の交点を通る直線》 **学力化** → / .

★演習★【2】

2直線 $3x + 4y - = 0$, $x - y + 6 = 0$ の交点と点(1, 2)を通る直線の方程式を求めなさい。

* 前ページの★演習★【1】が解けた人は、この問題を解く必要はありません。

[答 案]

$$\begin{cases} 3x + 4y - = 0 & \dots \textcircled{1} \\ x - y + 6 = 0 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

1 (2直線の交点を通る直線を定数kを用いて表す)

2 (kの値を求める)

3 (直線の方程式を求める)