

第2章 図形と方程式 1・点と直線

4 2直線の平行・垂直 (その1)

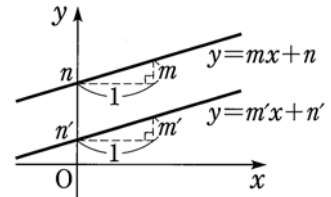
(1/8) ■ 2直線の平行・垂直 ■

2直線の平行・垂直

★知識の整理★

【1】2直線の平行

2直線 $y = m\chi + n$, $y = m'\chi + n'$ が平行であるのは、それらの傾きが等しいときである。よって、次のことが成り立つ。



▶ 2直線の平行

2直線 $y = m\chi + n$, $y = m'\chi + n'$ が平行 $\iff m = m'$

(注) $m = m'$, $n = n'$ のとき、2直線は一致するが、この場合も平行と考えることにする。

(例) 点(2, 1)を通り、直線 $2\chi + 3y - 1 = 0$ に平行な直線の方程式は？

$2\chi + 3y - 1 = 0$ を変形すると、

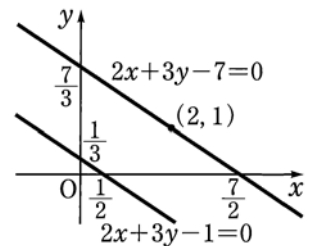
$$y = -\frac{2}{3}\chi + \frac{1}{3}$$

これより、求める直線の傾きは、 $-\frac{2}{3}$

であるから、求める方程式は、

$$y - 1 = -\frac{2}{3}(\chi - 2)$$

すなわち、 $2\chi + 3y - 7 = 0$



【2】2直線の垂直

2直線 $y = m\chi + n$, $y = m'\chi + n'$ が垂直となる条件を求めてみよう。

原点を通過して、これらに平行な直線は、それぞれ

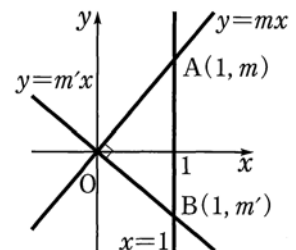
$y = m\chi$, $y = m'\chi$ になるから、この2直線が垂直になる場合を考えればよい。

今、2直線 $y = m\chi$, $y = m'\chi$ と直線 $\chi = 1$ の交点をそれぞれ、A, Bとすると、A, Bの座標は、(1, m), (1, m')となる。

$\triangle AOB$ が直角三角形であることから、三平方の定理より

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$(m - m')^2 = (1 + m^2) + (1 + m'^2) \quad \dots \textcircled{2}$$



□ □ 【点と直線 No. 1 1 (1/8)】 - 〈2枚目/2枚〉

➔ (前のページからのつづき)

これより, $mm' = -1$ …③

逆に, ③が成り立つと, ②も成り立ち, したがって①も成り立つので, これらの2直線は垂直である。

▶ 2直線の垂直

2直線 $y = m\chi + n$, $y = m'\chi + n'$ が垂直 $\iff mm' = -1$

(例) 点(3, 1)を通り, 直線 $4\chi - 2y - 3 = 0$ に垂直な直線の方程式は?

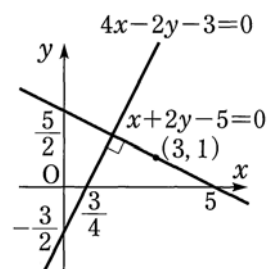
直線 $4\chi - 2y - 3 = 0$ の傾きは2であり,
この直線に垂直な直線の傾きを m とすると,

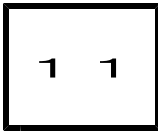
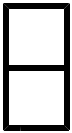
$$2m = -1 \text{ より, } m = -\frac{1}{2}$$

よって, 求める直線の方程式は,

$$y - 1 = -\frac{1}{2}(\chi - 3)$$

すなわち, $\chi + 2y - 5 = 0$





第2章 図形と方程式 1・点と直線

4 2直線の平行・垂直 (その1)

(2/8) ■ 2直線の平行・垂直 ■

★解法の技術★

次の問いに答えなさい。

(1) 以下の直線のうち、互いに平行な直線と、互いに垂直な直線を番号で答えなさい。

① $y = 2x + 3$ ② $y = -3x + 2$ ③ $x - 3y + 1 = 0$

④ $2x - y - 1 = 0$ ⑤ $x + 3y + 3 = 0$

(2) 点(2, -4)を通り、 $3x - 2y + 1 = 0$ に平行な直線の方程式を求めなさい。

(3) 点(-2, 5)を通り、 $3x + 5y + 1 = 0$ に垂直な直線の方程式を求めなさい。

【考え方】 2直線 $y = mx + n$, $y = m'x + n'$ が平行 $\iff m = m'$

2直線 $y = mx + n$, $y = m'x + n'$ が垂直 $\iff mm' = -1$

直線の平行や垂直に関する問題は、傾きを利用するため、 $y = ax + b$ の形に変形して解きます。

(2), (3) 1点の座標と傾きがわかれば、公式を使って直線の方程式を求めることができる。

[考える手順]

1 与式を $y = \sim$ の形に

2 平行, 垂直を判別

[答 案]

(1) ① $y = 2x + 3$

② $y = -3x + 2$

③ $x - 3y + 1 = 0$ より, $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$

④ $2x - y - 1 = 0$ より, $y = 2x - 1$

⑤ $x + 3y + 3 = 0$ より, $y = -\frac{1}{3}x - 1$

①と④の傾きが2で等しいから、平行な直線は①と④

$-3 \times (\frac{1}{3}) = -1$ より、②と③の傾きの積が-1となるから、

垂直な直線は②と③

(2) $3x - 2y + 1 = 0$ は, $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$ なので、傾きは $\frac{3}{2}$ 。

よって、求める平行な直線は、点(2, -4)を通り、傾きが $\frac{3}{2}$ の

直線であるから, $y - (-4) = \frac{3}{2}(x - 2)$

これを整理して, $3x - 2y - 14 = 0$

▲ x の係数, y の係数, 定数項がすべて整数の形で答える

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【点と直線 No. 1 1 (2/8)】 - 〈2枚目/2枚〉

➡ (前のページからのつづき)

$$(3) \quad 3x + 5y + 1 = 0 \text{ は, } y = -\frac{3}{5}x - \frac{1}{5} \text{ なので, 傾きは } -\frac{3}{5}.$$

$$-\frac{3}{5} \times \left(\frac{5}{3}\right) = -1 \text{ より,}$$

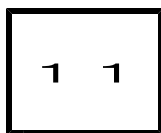
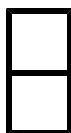
求める垂直な直線は, 点 $(-2, 5)$ を通り, 傾きが $\frac{5}{3}$ の

$$\text{直線であるから, } y - 5 = \frac{5}{3}(x + 2)$$

$$\text{これを整理して, } \underline{5x - 3y + 25 = 0}$$

▲ x の係数, y の係数, 定数項がすべて整数の形で答える

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 1・点と直線

4 2直線の平行・垂直 (その1)

(3/8) ■ 2直線の平行・垂直 ■

◇ 《2直線の平行・垂直》 **学力化** → /

----- ★理解のチェック★ -----

次の問いに答えなさい。

(1) 以下の直線のうち、互いに平行な直線と、互いに垂直な直線を番号で答えなさい。

① $y = 3x + 1$ ② $y = 4x - 1$ ③ $y = -4x - 7$

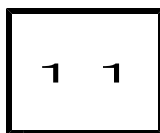
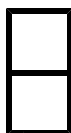
④ $6x - 2y = 5$ ⑤ $8x + 2y - 3 = 0$ ⑥ $x + 4y - 4 = 0$

(2) 点(1, -3)を通り、 $6x + 3y - 5 = 0$ に平行な直線の方程式を求めなさい。

(3) 点(2, 1)を通り、 $2x + 3y + 4 = 0$ に垂直な直線の方程式を求めなさい。

[答 案]

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 1・点と直線

4 2直線の平行・垂直 (その1)

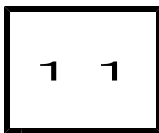
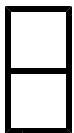
(4 / 8) ■ 2直線の平行・垂直 ■

◇ 《2直線の平行・垂直》 **学力化** → / .

★演習★【1】

[答 案]

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 1・点と直線

4

2直線の平行・垂直 (その1)

(5 / 8)

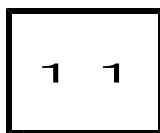
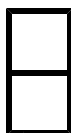
2直線の平行・垂直

◇ 《2直線の平行・垂直》 **学力化** → / .

★演習★【2】

[答 案]

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 1・点と直線

4 2直線の平行・垂直 (その1)

(6 / 8) ■ 2直線の平行・垂直 ■

◇ 《2直線の平行》 **学力化** → / ,

★演習★【3】

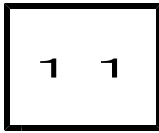
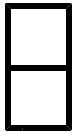
2直線 $ax - 4y = 6$, $2x + y = 1$ が平行になるように, 定数 a の値を定めなさい。

【考え方】 平行な2直線は, 傾きが等しい。

$y = \dots$ の形にそろえて比較する。

[答 案]

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 図形と方程式 1・点と直線

4 2直線の平行・垂直 (その1)

(7/8) ■ 2直線の平行・垂直 ■

◇ 《2直線の垂直》 **学力化** → / ,

★演習★【4】

2直線 $a x + (2 a - 3) y + 4 = 0$, $a x - 3 y + 2 = 0$ が垂直になるように、定数 a の値を定めなさい。

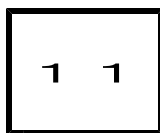
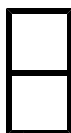
【考え方】・2直線 $y = m x + n$, $y = m' x + n'$ が垂直 $\Leftrightarrow m m' = -1$

・ $a x + (2 a - 3) y + 4 = 0$ より, $(2 a - 3) y = -a x - 4$ とし,
次の2通りに場合分けして考える。

(i) $2 a - 3 = 0$, すなわち, $a = \frac{3}{2}$ のとき,

(ii) $2 a - 3 \neq 0$, すなわち, $a \neq \frac{3}{2}$ のとき,

[答 案]



第2章 図形と方程式 1・点と直線

4 2直線の平行・垂直 (その1)

(8/8) ■ 2直線の平行・垂直 ■

◇ 《2直線の平行・垂直》 **学力化** → / ,

★演習★【5】

次の問いに答えなさい。

(1) 2直線 $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ と $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ について,
平行条件は $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$, 垂直条件は $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$
であることを示しなさい。

(2) 2直線 $(a-1)x - 3y - 3 = 0$, $2x - (a+4)y - 6 = 0$ が平行 (一致する場合も含む) のとき, および垂直のときの, 定数 a の値を求めなさい。

【考え方】 (1) 2直線 $y = mx + n$, $y = m'x + n'$ について,

2直線が平行 $\iff m = m'$

2直線が垂直 $\iff mm' = -1$

(2) (1)の結果を使う。

[答 案]