■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



## 座標を利用した証明

★解法の技術★

> △ＡＢＣの辺ＢＣの中点をＭとすると，
> $AB^2+AC^2=2(AM^2+BM^2)$
> が成り立つことを証明しなさい。

【考え方】線分ＢＣの中点がＭであるから，点Ｍを原点にとると，点Ｂと点Ｃは原点に関して対称の位置にある。

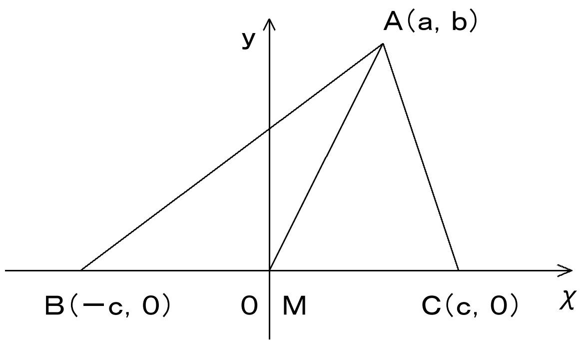
［答　　案］

点Ｍを原点，直線ＢＣを $x$ 軸にとる。

このとき，Ｂ，Ｃの座標は，それぞれ，

$(-c,\ 0)$，$(c,\ 0)$

とおくことができる。




点Ａの座標を $(a,\ b)$ とすると，

$$AB^2+AC^2=\{(a+c)^2+(b-0)^2\}+\{(a-c)^2+(b-0)^2\}$$
$$=2(a^2+b^2+c^2)$$

である。また，

$$2(AM^2+BM^2)=2\{(a-0)^2+(b-0)^2\}+\{(-c-0)^2+(0-0)^2\}$$
$$=2(a^2+b^2+c^2)$$

である。

よって，$AB^2+AC^2=2(AM^2+BM^2)$

【注】上で証明した性質を **中線定理** といいます。

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



◇《座標を利用した証明》学力化➡　　／　，

★理解のチェック★

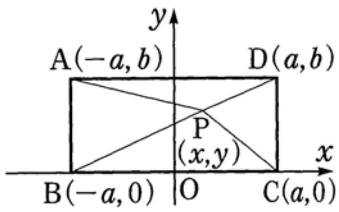
平面上に長方形ＡＢＣＤがある。点Ｐをこの平面上のどこにとっても，

$$AP^2+PC^2=PB^2+PD^2$$

が成り立つことを証明しなさい。

【考え方】座標を利用した証明問題では，計算が楽になるように座標をとる。たとえば，
・座標に０を多く含むようにとる。
・原点や座標軸に関して対称になるようにとる。
（例）辺ＢＣを$x$軸上に，その中点を原点にとると，Ｂ（－ａ，０），Ｃ（ａ，０）など

［答　　案］




線分ＢＣの中点を原点にとり，直線ＢＣを$x$軸にとると，長方形ＡＢＣＤの頂点は，
Ａ（－ａ，ｂ），Ｂ（－ａ，０），Ｃ（ａ，０），Ｄ（ａ，ｂ）
とおくことができる。
Ｐの座標を（$x$，ｙ）とすると，

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

| | |
|---|---|
| | ５ |

第２章　図形と方程式　１・点と直線
**２** 平面上の点の座標（その４）
（３／５）■　座標を利用した証明　■

◇《座標を利用した証明》**学力化**➡　／　，

★演習★【１】

△ＡＢＣの辺ＢＣを３等分した点のうち，Ｂに近い方の点をＤとする。このとき，等式

$$2AB^2+AC^2=3(AD^2+2BD^2)$$

が成り立つことを証明しなさい。

［答　　案］

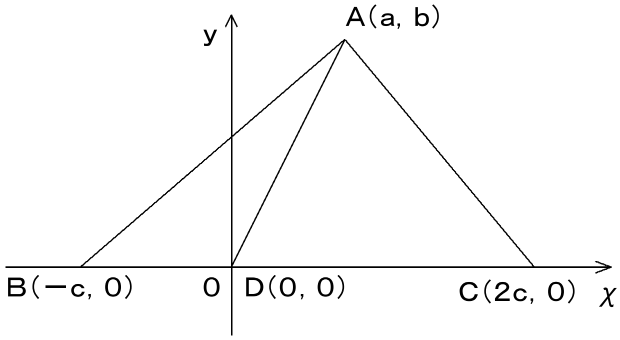
点Ｄを原点，直線ＢＣを$\chi$軸にとる。

このとき，Ｂ，Ｃの座標は，
それぞれ，

（－ｃ，０），（２ｃ，０）

とおくことができる。

点Ａの座標を（ａ，ｂ）とすると，



■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

5

第２章　図形と方程式　１・点と直線

**2** 平面上の点の座標（その４）

（４／５）■　座標を利用した証明　■

◇《座標を利用した証明》学力化➡　　／　，

★演習★【２】

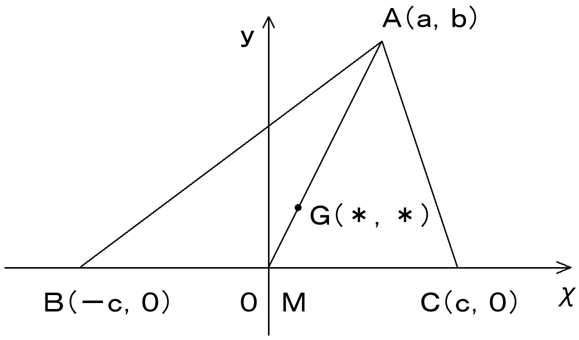
△ＡＢＣの重心をＧとするとき，次の等式を証明しなさい。

$$AB^2+AC^2=BG^2+CG^2+4AG^2$$

【考え方】重心＝頂点と対辺の中点を結ぶ線分を２：１に内分する点

計算を楽にするために，△ＡＢＣの辺ＢＣの中点Ｍを原点，直線ＢＣを$x$軸にとる。

［答　　案］



■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



◇《座標を利用した証明》**学力化**➡　　／　，

**★演習★【３】**

四角形ＡＢＣＤの辺ＡＢ，ＢＣ，ＣＤ，ＤＡの中点をそれぞれＰ，Ｑ，Ｒ，Ｓとする。
等式 $AC^2+BD^2=2(PR^2+QS^2)$ を証明しなさい。

［答　　案］

線分ＢＣの中点Ｑを原点にとり，直線ＢＣを$\chi$軸にとると，Ｂ（－ｃ，０），Ｃ（ｃ，０）とおくことができる。

また，Ａ（ａ，ｂ），Ｄ（ｄ，ｅ）とおくと，