



複2次式の因数分解の利用

★解法の技術★

次の方程式を解きなさい。

$$x^4 + x^2 + 25 = 0$$

【考え方】  $x^4 + px^2 + q$  の形の式は、 $(x^2 + A)(x^2 + B)$  の形に因数分解できないときは、 $(x^2 + A)^2 - (Bx)^2$  の形にもっていきます。

↑ 内部に「平方完成」の形をつくり、全体を「平方の差」の形に整形して因数分解する方法です。

[答 案]

$$x^4 + x^2 + 25 = 0$$

与式の左辺を変形して、

$$x^4 + 10x^2 + 5^2 + x^2 - 10x^2 = 0$$

◀  $x^4$  と 25 で平方公式を作り、加えた  $10x^2$  を引く

$$(x^2 + 5)^2 - (3x)^2 = 0$$

◀  $a^2 - b^2$  の形を作る

▲ この部分が平方数にならないときは、平方公式を変える(真ん中の項の符号を逆にする)

$$(x^2 + 5 + 3x)(x^2 + 5 - 3x) = 0$$

◀ 和と差の積の公式を利用して因数分解する

$$(x^2 + 3x + 5)(x^2 - 3x + 5) = 0$$

◀ ( ) 内の式の形を整える

・  $x^2 + 3x + 5 = 0$  より、

◀ 解の公式を使って、それぞれの方程式の解を求める

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{11}i}{2}$$

・  $x^2 - 3x + 5 = 0$  より、

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{11}i}{2}$$

よって、 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{11}i}{2}, \frac{3 \pm \sqrt{11}i}{2}$

【参考】  $x^4 + 5^2 + x^2 = 0$

$$x^4 + 10x^2 + 5^2 + x^2 - 10x^2 = 0$$

$$x^4 + 10x^2 + 5^2 - 9x^2 = 0$$

▲  $(3x)^2$  だから、平方数になっている。

$$x^4 - 11x^2 + 1 = 0$$

$$x^4 + 2x^2 + 1 - 11x^2 - 2x^2 = 0$$

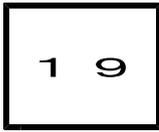
$$x^4 + 2x^2 + 1 - 13x^2 = 0$$

▲ 平方数にならない! → 方針転換!  $2x^2$  の符号を逆にする。

$$x^4 - 2x^2 + 1 - 11x^2 + 2x^2 = 0$$

$$x^4 - 2x^2 + 1 - 9x^2 = 0$$

▲  $(3x)^2$  だから、平方数になっている。



第1章 いろいろな式 3・高次方程式

6 高次方程式(その1)

(2/4) ■ 高次方程式③ ■

◇ 《複2次式の因数分解の利用》 **学力化** → /

★理解のチェック★

次の方程式を解きなさい。

(1)  $x^4 + 2x^2 + 9 = 0$

(2)  $x^4 + 4 = 0$

[答 案]

(1)  $x^4 + 2x^2 + 9 = 0$

与式の左辺を変形して、

◀  $x^4$ と9で平方公式を作り、加えた $6x^2$ を引く

◀  $a^2 - b^2$ の形を作る

◀ 和と差の積の公式を利用して因数分解する

◀ ( )内の式の形を整える

◀ 解の公式を使って、それぞれの方程式の解を求める

・

・

よって、

(2)  $x^4 + 4 = 0$

与式の左辺を変形して、

◀  $x^4$ と4で平方公式を作り、加えた $4x^2$ を引く

◀  $a^2 - b^2$ の形を作る

◀ 和と差の積の公式を利用して因数分解する

◀ ( )内の式の形を整える

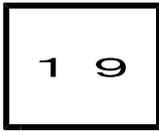
◀ 解の公式を使って、それぞれの方程式の解を求める

・

・

よって、

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第1章 いろいろな式 3・高次方程式

**6** 高次方程式（その1）

（3 / 4） ■ 高次方程式③ ■

◇ 《複2次式の因数分解の利用》 **学力化** → / ,

★演習★【1】

次の方程式を解きなさい。

(1)  $x^4 - 11x^2 + 1 = 0$

(2)  $9x^4 - 10x^2 + 1 = 0$

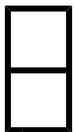
【考え方】  $x^4 + px^2 + q$  の形の式は、 $(x^2 + A)(x^2 + B)$  の形に因数分解できないときは、 $(x^2 + A)^2 - (Bx)^2$  の形にもっていきます。

↑ 内部に「平方完成」の形をつくり、全体を「平方の差」の形に整形して因数分解する方法です。

\* 目印は、 $x^4$  の項と定数項が平方数になっていることです。

[答 案]

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第1章 いろいろな式 3・高次方程式

**6** 高次方程式（その1）

（4 / 4） ■ 高次方程式③ ■

◇ 《複2次式の因数分解の利用》 **学力化** → / .

★演習★【2】

次の方程式を解きなさい。

(1)  $4a^4 - 48a^2 + 9 = 0$

(2)  $x^4 - 14x^2 + 1 = 0$

[答 案]