■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

１８

第２章　２次関数　１・関数とグラフ
3　２次関数の決定(5)
（１／３）■　頂点が直線上にあることから決定　■

グラフの頂点が，ある直線上の点であることがわかっている場合には，どのようにして２次関数を求めればよいのだろうか。

頂点が直線上にあることから２次関数を決定する

◇《頂点が直線上にあることから２次関数を決定する》学力化➡　　／　，

★解法の技術★

グラフが２点$(0,\ 7)$，$(1,\ 4)$を通り，頂点が直線$y=2\chi-1$上にある２次関数を求めよ。

【考え方】求める２次関数を$y=a(\chi-p)^2+q$とおくと，この関数のグラフの頂点は点$(p,\ q)$になる。

この点が直線$y=2\chi-1$上にあることから

$$q=2p-1$$

が成り立つ。

また，グラフが２点$(0,\ 7)$，$(1,\ 4)$を通ることから，方程式が２つたてられる。

以上の３式を連立方程式としてa，p，qを求めれば，２次関数が求められる。

［答　　案］

$\boxed{1}$　（条件を式に表す）

求める２次関数を$y=a(\chi-p)^2+q$とおく　　◀これがめざす２次関数の式

・グラフの頂点$(p,\ q)$が直線$y=2\chi-1$上にあることから

$q=2p-1$　…①

・グラフが点$(0,\ 7)$を通ることから，

$7=a(0-p)^2+q$より，$ap^2+q=7$　…②

・グラフが点$(1,\ 4)$を通ることから，

$4=a(1-p)^2+q$より，$ap^2-2ap+a+q=4$　…③

$\boxed{2}$　（連立方程式を解く）

①，②，③を連立してa，p，qを求めると，

①を②に代入して，$ap^2+(2p-1)=7$

$ap^2+2p=8$　…④

①を③に代入して，$ap^2-2ap+a+(2p-1)=4$

$ap^2-2ap+a+2p=5$　…⑤

（次のページへつづく）↗

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

↗（前のページからのつづき）

④－⑤

$$\begin{array}{rl} & ap^2 \qquad\qquad +2p=8 \\ -) & ap^2-2ap+a+2p=5 \\ \hline & 2ap-a=3 \end{array}$$

$a\neq0$ より　　　$p=\dfrac{a+3}{2a}$　…⑥　　　◀２次関数なのでaは0ではない。

⑥を④に代入して，$a\left(\dfrac{a+3}{2a}\right)^2+2\left(\dfrac{a+3}{2a}\right)=8$

両辺に４をかけて整理すると，

$a^2-22a+21=0$

$(a-1)(a-21)=0$

$a=1,\ 21$

（ｉ）$a=1$ のとき，

これを⑥に代入して，$p=\dfrac{1+3}{2\cdot1}=2$　…⑦

⑦を①に代入して，$q=2\cdot2-1=3$

（ii）$a=21$ のとき，

これを⑥に代入して，$p=\dfrac{21+3}{2\cdot21}=\dfrac{24}{42}=\dfrac{4}{7}$　…⑧

⑧を①に代入して，$q=2\cdot\dfrac{4}{7}-1=\dfrac{1}{7}$

$\boxed{3}$（答をまとめる）

よって，$a=1$，$p=2$，$q=3$　または　$a=21$，$p=\dfrac{4}{7}$，$q=\dfrac{1}{7}$ であるから，

求める２次関数は，$y=1(\chi-2)^2+3$，　$y=21\left(\chi-\dfrac{4}{7}\right)^2+\dfrac{1}{7}$

これを一般形になおして，

$\underline{y=\chi^2-4\chi+7}$，　$\underline{y=21\chi^2-24\chi+7}$

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

１　８

第２章　２次関数　１・関数とグラフ

３ ２次関数の決定(5)

（２／３）■　頂点が直線上にあることから決定　■

◇《頂点が直線上にあることから２次関数を決定する》**学力化**➡　／　，

★理解のチェック★

グラフが２点（０，８），（－１，－１）を通り，頂点が直線ｙ＝４χ＋４上にある２次関数を求めよ。

［答　　案］

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

１８	第２章　２次関数　１・関数とグラフ **３**　２次関数の決定(5) （３／３）■　頂点が直線上にあることから決定　■

◇《頂点が直線上にあることから２次関数を決定する》**学力化**➡　　／　，

★演習★【１】

グラフが２点（１，１），（４，４）を通り，頂点がχ軸上にある２次関数を求めよ。

【考え方】「頂点がχ軸上にある」を「頂点が直線ｙ＝０上にある」と読みかえると，
前問と同じタイプの問題となる。

［答　　案］