

第2章 2次関数 1・関数とグラフ

3 2次関数の決定(5)

(1/3) ■ 頂点が直線上にあることから決定 ■

グラフの頂点が、ある直線上の点であることがわかっている場合には、どのようにして2次関数を求めればよいのだろうか。

頂点が直線上にあることから2次関数を決定する

◇ 《頂点が直線上にあることから2次関数を決定する》 **学力化** → /

★解法の技術★

グラフが2点(0, 7), (1, 4)を通り、頂点が直線 $y = 2x - 1$ 上にある2次関数を求めよ。

【考え方】 求める2次関数を $y = a(x - p)^2 + q$ とおくと、この関数のグラフの頂点は点 (p, q) になる。

この点が直線 $y = 2x - 1$ 上にあることから

$$q = 2p - 1$$

が成り立つ。

また、グラフが2点(0, 7), (1, 4)を通ることから、方程式が2つたてられる。

以上の3式を連立方程式として a, p, q を求めれば、2次関数が求められる。

[答 案]

1 (条件を式に表す)

求める2次関数を $y = a(x - p)^2 + q$ とおく ◀これがめざす2次関数の式

・ グラフの頂点 (p, q) が直線 $y = 2x - 1$ 上にあることから

$$q = 2p - 1 \quad \dots \textcircled{1}$$

・ グラフが点(0, 7)を通ることから、

$$7 = a(0 - p)^2 + q \text{ より, } ap^2 + q = 7 \quad \dots \textcircled{2}$$

・ グラフが点(1, 4)を通ることから、

$$4 = a(1 - p)^2 + q \text{ より, } ap^2 - 2ap + a + q = 4 \quad \dots \textcircled{3}$$

2 (連立方程式を解く)

①, ②, ③を連立して a, p, q を求めると、

$$\textcircled{1} \text{ を } \textcircled{2} \text{ に代入して, } ap^2 + (2p - 1) = 7$$

$$ap^2 + 2p = 8 \quad \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{1} \text{ を } \textcircled{3} \text{ に代入して, } ap^2 - 2ap + a + (2p - 1) = 4$$

$$ap^2 - 2ap + a + 2p = 5 \quad \dots \textcircled{5}$$

□ □ 【関数とグラフ No. 18 (1/3)】 - 〈2枚目/2枚〉

➔ (前のページからのつづき)

④-⑤

$$\begin{array}{r} a p^2 + 2 p = 8 \\ -) a p^2 - 2 a p + a + 2 p = 5 \\ \hline \end{array}$$

$$2 a p - a = 3$$

$$a \neq 0 \text{ より } p = \frac{a+3}{2a} \quad \dots \textcircled{6}$$

◀2次関数なのでaは0ではない。

$$\textcircled{6} \text{を} \textcircled{4} \text{に代入して, } a \left(\frac{a+3}{2a} \right)^2 + 2 \left(\frac{a+3}{2a} \right) = 8$$

両辺に4をかけて整理すると,

$$\begin{array}{l} a^2 - 22a + 21 = 0 \\ (a-1)(a-21) = 0 \\ a = 1, 21 \end{array}$$

(i) $a = 1$ のとき,

$$\text{これを} \textcircled{6} \text{に代入して, } p = \frac{1+3}{2 \cdot 1} = 2 \quad \dots \textcircled{7}$$

$$\textcircled{7} \text{を} \textcircled{1} \text{に代入して, } q = 2 \cdot 2 - 1 = 3$$

(ii) $a = 21$ のとき,

$$\text{これを} \textcircled{6} \text{に代入して, } p = \frac{21+3}{2 \cdot 21} = \frac{24}{42} = \frac{4}{7} \quad \dots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{8} \text{を} \textcircled{1} \text{に代入して, } q = 2 \cdot \frac{4}{7} - 1 = \frac{1}{7}$$

③ (答をまとめる)

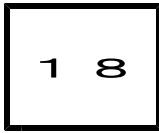
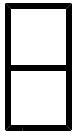
よって, $a = 1, p = 2, q = 3$ または $a = 21, p = \frac{4}{7}, q = \frac{1}{7}$ であるから,

求める2次関数は, $y = 1(x-2)^2 + 3, \quad y = 21\left(x - \frac{4}{7}\right)^2 + \frac{1}{7}$

これを一般形になおして,

$$\underline{y = x^2 - 4x + 7}, \quad \underline{y = 21x^2 - 24x + 7}$$

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第 2 章 2 次関数 1・関数とグラフ

3 2 次関数の決定 (5)

(2 / 3) ■ 頂点が直線上にあることから決定 ■

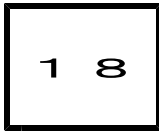
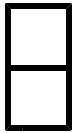
◇ 《頂点が直線上にあることから 2 次関数を決定する》 **学力化** → /

★理解のチェック★

グラフが 2 点 $(0, 8)$, $(-1, -1)$ を通り, 頂点が直線 $y = 4x + 4$ 上にある 2 次関数を求めよ。

[答 案]

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 2次関数 1・関数とグラフ

3 2次関数の決定(5)

(3/3) ■ 頂点が直線上にあることから決定 ■

◇ 《頂点が直線上にあることから2次関数を決定する》**学力化**→ /

★演習★【1】

グラフが2点(1, 1), (4, 4)を通り, 頂点が x 軸上にある2次関数を求めよ。

【考え方】「頂点が x 軸上にある」を「頂点が直線 $y = 0$ 上にある」と読みかえると, 前問と同じタイプの問題となる。

[答 案]