■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

等式の証明

★解法の技術★

$(1+\chi)^n$ の展開式を利用して，次の等式を証明しなさい。

${}_nC_0+{}_nC_1+{}_nC_2+\cdots+{}_nC_n=2^n$

【考え方】二項定理を利用する証明問題は，

$$(1+\chi)^n={}_nC_0+{}_nC_1\chi+{}_nC_2\chi^2+\cdots+{}_nC_n\chi^n$$

が与えられた式になるように，χ に数を代入する。

［答　　案］

二項定理を用いて $(1+\chi)^n$ を展開すると，

$(1+\chi)^n={}_nC_0+{}_nC_1\chi+{}_nC_2\chi^2+\cdots+{}_nC_n\chi^n$

この式に $\chi=1$ を代入すると，　◀$(1+\chi)^n=2^n$ にするために，$\chi=1$ を代入する

$(1+1)^n={}_nC_0+{}_nC_1\cdot 1+{}_nC_2\cdot 1^2+\cdots+{}_nC_n\cdot 1^n$

$2^n={}_nC_0+{}_nC_1+{}_nC_2+\cdots+{}_nC_n$

したがって，与えられた等式は成立する。

◇《等式の証明》 学力化➡　　／　　，

★理解のチェック★

$(1+\chi)^n$ の展開式を利用して，次の等式を証明しなさい。

${}_nC_0-{}_nC_1+{}_nC_2-\cdots+(-1)^n{}_nC_n=0$

［答　　案］

二項定理を用いて $(1+\chi)^n$ を展開すると，

$(1+\chi)^n=$

この式に $\chi=$［　　　　］を代入すると，　◀$(1+\chi)^n=$［　　］にするために，$\chi=$［　　　］を代入する

したがって，与えられた等式は成立する。

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

１６

第１章　いろいろな式　１・整式の乗法・除法と分数式

４ 二項定理（その３）

（２／４）■　二項定理の応用②　■

◇《等式の証明》**学力化**➡　／　，

★演習★【１】

$(1+x)^n$ の展開式を利用して，次の等式を証明しなさい。

$${}_nC_0+2\,{}_nC_1+2^2\,{}_nC_2+\cdots+2^n\,{}_nC_n=3^n$$

［答　　案］

二項定理を用いて $(1+x)^n$ を展開すると，

したがって，与えられた等式は成立する。

◇《等式の証明》**学力化**➡　／　，

★演習★【２】

二項定理を利用して，次の等式を証明しなさい。

$${}_nC_0-\frac{{}_nC_1}{2}+\frac{{}_nC_2}{2^2}-\cdots+(-1)^n\frac{{}_nC_n}{2^n}=\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

［答　　案］

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

１６

第１章　いろいろな式　１・整式の乗法・除法と分数式

４ 二項定理（その３）

（３／４）■　二項定理の応用②　■

◇《等式の証明》**学力化**➡　　／　，

★演習★【３】

二項定理を利用して，次の等式を導きなさい。

$2^n {}_nC_0 - 2^{n-1} {}_nC_1 + 2^{n-2} {}_nC_2 + \cdots + (-1)^n {}_nC_n = 1$

【考え方】二項定理を利用して，$(1+\chi)^n$ を展開すると，

$(1+\chi)^n = {}_nC_0 \cdot 1^n \cdot \chi^0 + {}_nC_1 \cdot 1^{n-1} \chi^1 + \cdots$

$(1+\chi)^n = 1$ にするために，$\chi = 0$ を代入して…

$(1+0)^n = {}_nC_0 \cdot 1^n \cdot 0^0 + {}_nC_1 \cdot 1^{n-1} 0^1 + \cdots$

$1 = 1^n {}_nC_0 + {}_n 1^{n-1} C_1 + \cdots$

⬆ 2^n の項が出てこない。よって，証明不可！

2^n の項が出てくればいいのだから，

$(2+\chi)^n = \sim$　の二項定理を作って，これを利用する。

［答　　案］

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

◇《等式の証明》**学力化**➡　／　，

★演習★【４】

二項定理を利用して，次の等式を証明しなさい。

ｎが奇数のとき

$${}_nC_0+{}_nC_2+\cdots+{}_nC_{n-1}={}_nC_1+{}_nC_3+\cdots+{}_nC_n$$

【考え方】これまで，右辺が（数）^{n}，または数の場合について，二項定理を利用して証明してきたが，この問題はその形をとっていない。

その形をとっていないなら，その従来の形をとるように式を変形すればよい。（自分のペースにもってきて証明する。）

すなわち，右辺の項をすべて，左辺へ移項し，左辺＝０の形にしてから，二項定理を利用して証明すればよい。

条件「ｎが奇数のとき」の使い方：$(-1)^{n-1}=1$，$(-1)^n=-1$

［答　　案］