■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

チェバの定理

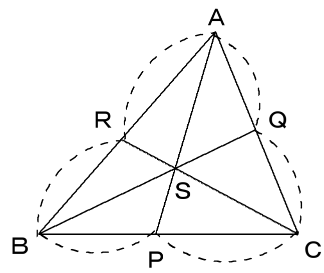
★知識の整理★

【１】チェバの定理

△ＡＢＣの３辺ＢＣ，ＣＡ，ＡＢ上にそれぞれ点Ｐ，Ｑ，Ｒがあり，
３直線ＡＰ，ＢＱ，ＣＲが１点で交われば

$$\frac{AR}{RB}\cdot\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}=1$$

が成り立つ。
＊証明は学習する必要はありません。



＊チェバの定理の使い方はメネラウスの定理と全く同じです。すなわち，
★三角形の頂点→直線上の点（分点）→三角形の頂点と順に線にそって一周する。

＊《メネラウスの定理・チェバの定理を使う手順》

$$\frac{\text{頂点①分点１}}{\text{分点１頂点②}}\cdot\frac{\text{頂点②分点２}}{\text{分点２頂点③}}\cdot\frac{\text{頂点③分点３}}{\text{分点３頂点①}}=1$$

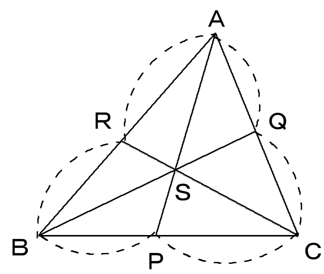
◀スタート地点と，進む方向を決めた後は一本道である。

【２】チェバの定理の逆

△ＡＢＣの３辺ＢＣ，ＣＡ，ＡＢ上にそれぞれ点Ｐ，Ｑ，Ｒがあり，

$$\frac{AR}{RB}\cdot\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}=1$$

が成り立てば３直線ＡＰ，ＢＱ，ＣＲが１点で交わる。



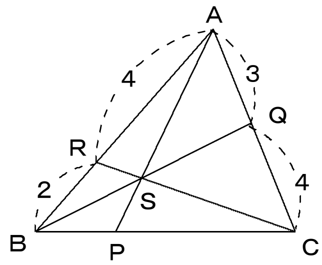
■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

★解法の技術★

次の問いに答えなさい。

(1) 右図において，ＢＰ：ＰＣを求めなさい。

(2) 三角形の３つの中線は１点で交わることを証明しなさい。



【考え方】<u>メネラウスの定理・チェバの定理を使う手順</u>

三角形の頂点→直線上の点（分点）→三角形の頂点と順に線にそって一周する。

つまり，$\dfrac{\text{頂点①分点1}}{\text{分点1頂点②}}\cdot\dfrac{\text{頂点②分点2}}{\text{分点2頂点③}}\cdot\dfrac{\text{頂点③分点3}}{\text{分点3頂点①}}=1$

◀スタート地点と，進む方向を決めた後は一本道である。

［答　　案］

(1) 図において３直線ＡＰ，ＢＱ，ＣＲが１点で交わっているので，チェバの定理より，頂点ＡからＱへの順に一周すると，

$\dfrac{AR}{RB}\cdot\dfrac{BP}{PC}\cdot\dfrac{CQ}{QA}=1$ であるから，

$\dfrac{4}{2}\cdot\dfrac{BP}{PC}\cdot\dfrac{4}{3}=1$

$\dfrac{BP}{PC}=1\cdot\dfrac{2}{4}\cdot\dfrac{3}{4}=\dfrac{3}{8}$

よって，<u>ＢＰ：ＰＣ＝３：８</u>

(2)　［証明］

△ＡＢＣにおいて，辺ＢＣ，ＣＡ，ＡＢの中点をそれぞれＰ，Ｑ，Ｒとする。

ＡＲ＝ＲＢであるから，$\dfrac{AR}{RB}=1$

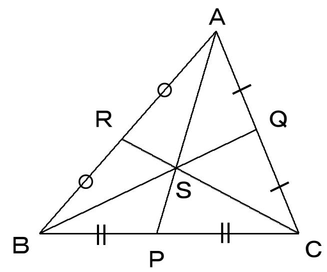
ＢＰ＝ＰＣであるから，$\dfrac{BP}{PC}=1$

ＣＱ＝ＱＡであるから，$\dfrac{CQ}{QA}=1$

$\dfrac{AR}{RB}\cdot\dfrac{BP}{PC}\cdot\dfrac{CQ}{QA}=1\cdot1\cdot1=1$

よって，チェバの定理の逆より３直線ＡＰ，ＢＱ，ＣＲは１点で交わる。

つまり，三角形の３つの中線は１点で交わる。



■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

１２

第３章　図形の性質　１・三角形の性質

４ メネラウスの定理とチェバの定理（その２）

（３／５）■　チェバの定理　■

◇《チェバの定理》**学力化**➡　／　，

★理解のチェック★

次の問いに答えなさい。

(1) △ＡＢＣにおいて，辺ＡＢを２：３に内分する点をＲ，辺ＡＣを５：６に内分する点をＱとし，ＢＱとＣＲの交点をＯとする。ＡＯの延長とＢＣの交点をＰとするとき，ＢＰ：ＰＣを求めなさい。

(2) △ＡＢＣの３辺ＢＣ，ＣＡ，ＡＢを点Ｐ，Ｑ，Ｒがそれぞれ次の比に内分するとき，３直線ＡＰ，ＢＱ，ＣＲが１点で交わるかどうか答えなさい。

① $\frac{AR}{RB}=\frac{5}{6}$，$\frac{BP}{PC}=\frac{3}{4}$，$\frac{CQ}{QA}=\frac{4}{5}$

② $\frac{AR}{RB}=\frac{3}{4}$，$\frac{BP}{PC}=\frac{2}{1}$，$\frac{CQ}{QA}=\frac{2}{3}$

【考え方】<u>**メネラウスの定理・チェバの定理を使う手順**</u>

三角形の頂点→直線上の点（分点）→三角形の頂点と順に線にそって一周する。

つまり，$\frac{\text{頂点①分点1}}{\text{分点1頂点②}}\cdot\frac{\text{頂点②分点2}}{\text{分点2頂点③}}\cdot\frac{\text{頂点③分点3}}{\text{分点3頂点①}}=1$

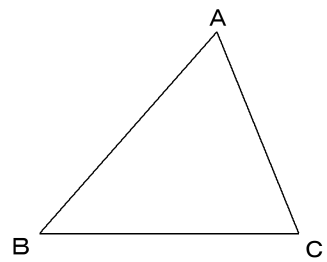
◀スタート地点と，進む方向を決めた後は一本道である。

［答　　案］

＊条件に合う図をかいて答えなさい。

(1)

《図》



（次のページへつづく）↗

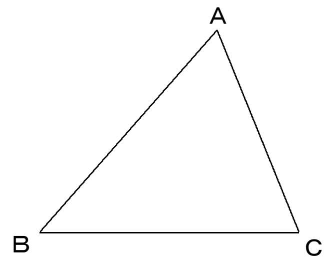
■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【三角形の性質 No. １ ２ （３／５）】 －〈２枚目／２枚〉

↗ （前のページからのつづき）

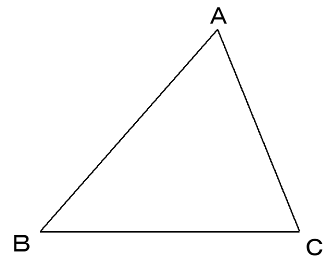
(2) ① ［証明］

《図》



② ［証明］

《図》



■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

◇《チェバの定理》学力化➡　　／　，

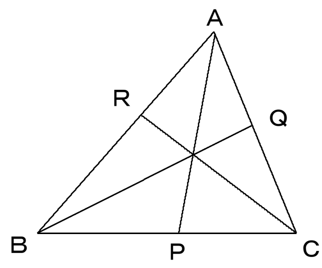
★演習★【１】

次の問いに答えなさい。

(1) 右図において，点Ｑ，Ｒがそれぞれ辺ＡＣ，ＡＢを次の比に内分するとき，点Ｐは辺ＢＣをどのような比に内分するか答えなさい。

① ＡＱ：ＱＣ＝２：３，ＡＲ：ＲＢ＝２：１

② ＡＱ：ＱＣ＝３：１，ＡＲ：ＲＢ＝３：１



(2) △ＡＢＣの内部の任意の点をＰとする。∠ＢＰＣ，∠ＣＰＡ，∠ＡＰＢの二等分線がそれぞれ辺ＢＣ，ＣＡ，ＡＢと交わる点をＤ，Ｅ，Ｆとする。このとき，３直線ＡＤ，ＢＥ，ＣＦは１点で交わることを証明しなさい。

【考え方】(2) 「角の二等分線と辺の比の性質」を利用する。→№.４（１／８）を参照。

［答　　案］

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

◇《チェバの定理》学力化➡　　／　，

★演習★【２】

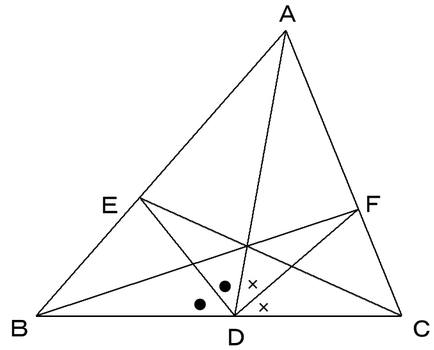
次の問いに答えなさい。

(1) △ＡＢＣにおいて，３辺ＢＣ，ＣＡ，ＡＢ上にそれぞれＤ，Ｅ，Ｆをとり，ＡＤ，ＢＥ，ＣＦが１点で交わるとする。

　ＣＥ＝ＥＡ，ＢＦ＝２ＦＡであるとき，ＢＤ：ＤＣを求めなさい。

(2) △ＡＢＣの辺ＢＣ上に点Ｄをとり，∠ＡＤＢ，∠ＡＤＣの二等分線が辺ＡＢ，ＡＣと交わる点をそれぞれＥ，Ｆとする。

　このとき，３直線ＡＤ，ＢＦ，ＣＥは１点で交わることを証明しなさい。



［答　　案］