

不等式を満たす定数の範囲

◇ 《不等式を満たす定数の範囲を求める》 学力化 →

★解法の技術★

$k$  を実数の定数とする。2つの不等式  $x - 3 \geq 6x - 7$ ,  $|x - k| < 1$  をともに満たす実数  $x$  が存在するような  $k$  の値の範囲を求めよ。

[答 案]

① (それぞれの不等式を解く)

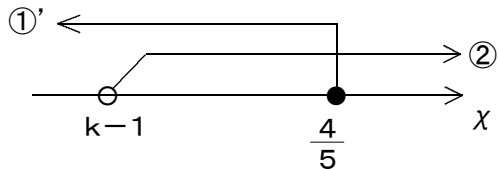
$$\begin{cases} x - 3 \geq 6x - 7 & \dots ① \\ |x - k| < 1 & \dots ② \end{cases}$$

①より,  $-5x \geq -4$  であるから,  $x \leq \frac{4}{5}$  ...①'

②より,  $-1 < x - k < 1$  であるから,  $k - 1 < x < k + 1$  ...②'

② (条件に合う数直線をかく)

①' と②' の2つの不等式をともに満たす実数  $x$  が存在するのは, 次の図の場合である。



◀このとき, ②' の最大値はどのような値をとってもよい。

すなわち, ②' の最小値が①' の最大値よりも小さければよい。

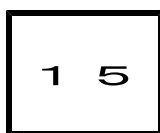
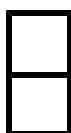
③ (端処理)

(右端)  $k - 1 = \frac{4}{5}$  のとき,

②' は  $\frac{4}{5} < x$  となり, 重なる部分が存在しないので, 不適。

④ (答をまとめる)

よって,  $k - 1 < \frac{4}{5}$  より,  $k < \frac{9}{5}$



第1章 数と式 3・方程式と不等式

**3** 1次不等式の応用(その5)

(2/5) ■ 絶対値を含む不等式の応用 ■

◇ 《不等式を満たす定数の範囲を求める》 **学力化** → /

-----★理解のチェック★-----

$x$  についての2つの不等式

$$|x+1| < 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$ax - a > x + a^2 - 2 \quad \dots \textcircled{2}$$

について、次の問いに答えよ。

- (1) 不等式①を解け。
- (2) 不等式②を解け。
- (3) 2つの不等式①, ②を同時に満たす整数値  $x$  がただ1つ存在するとき,  $a$  の値の範囲を求めよ。

-----  
【考え方】 (3) はNo. 13 (3/6) と同じ型の問題です。

[答 案]

**1** (それぞれの不等式を解く)

$$\begin{cases} |x+1| < 2 & \dots \textcircled{1} \\ ax - a > x + a^2 - 2 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

- (1) ①より,
- (2) ②より,

**2** (場合分けして不等式の解を求める)

②' において,

(i)

(ii)

(iii)

**3** (答をまとめる)

よって, (i), (ii), (iii)より,

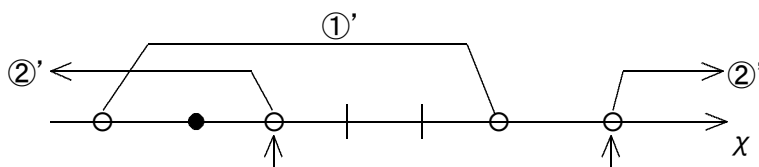
□ □ 【方程式と不等式 No. 15 (2/5)】 - 〈2枚目/2枚〉

➡ (前のページからのつづき)

(3)

4 (条件に合う数直線をかく)

(2) より, 2つの不等式①, ②を同時に満たす整数  $\chi$  がただ1つ存在するのは, 次の図の場合である。



(2) の②' において,

(i)  $a - 1 > 0$  つまり  $a > 1$  のとき,

$a + 2 > 3$  となり, ①, ②を同時に満たす整数  $\chi$  は存在しない。

(ii)  $a - 1 = 0$  つまり  $a = 1$  のとき,

②の解は存在しないから, ①, ②を同時に満たす整数  $\chi$  は存在しない。

4 (端処理)

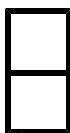
(iii)

(左端)

(右端)

5 (答をまとめる)

よって,



第1章 数と式 3・方程式と不等式

3 1次不等式の応用(その5)

(3/5) ■ 絶対値を含む不等式の応用 ■

◇ 《不等式を満たす定数の範囲を求める》 **学力化** → /

★演習★【1】

2つの不等式

$$|x - 7| < 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$|x - 11| < k \quad \dots \textcircled{2}$$

について、次の問いに答えよ。ただし、 $k$ は正の定数とする。

(1) ①, ②をともに満たす実数  $x$  が存在するような  $k$  の値の範囲を求めよ。

(2) ①の解が②の解に含まれるような  $k$  の値の範囲を求めよ。

[答 案]

(1)

① (それぞれの不等式を解く)

$$\begin{cases} |x - 7| < 2 & \dots \textcircled{1} \\ |x - 11| < k & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

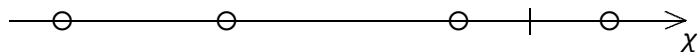
② (条件に合う数直線をかく)

①', ②' をともに満たす実数  $x$  が存在するのは、次の図の場合である。

◀  $k > 0$  より,

$$11 < 11 + k$$

これは調べる必要はない。



③ (端処理)

(右端)

④ (答をまとめる)

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【方程式と不等式 No. 15 (3/5)】 - 〈2枚目/2枚〉

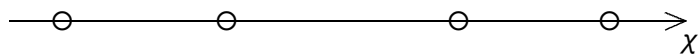
↗ (前のページからのつづき)

(2)

1 (条件に合う数直線をかく)

(1) より, ①' の解が②' の解に含まれるのは, 次の図の場合である。

◀  $k > 0$  より,  $9 < 11 + k$  は自明である。

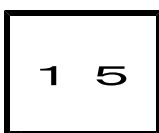
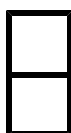


2 (端処理)

(右端)

3 (答をまとめる)

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第1章 数と式 3・方程式と不等式

3 1次不等式の応用(その5)

(4/5) ■ 絶対値を含む不等式の応用 ■

◇ 《不等式を満たす定数の範囲を求める》 **学力化** → /

★演習★【2】

2つの不等式  $|x+1| < 2$ ,  $|x-2| > k$  をともに満たす整数  $x$  が1個だけ存在するように、正の定数  $k$  の値の範囲を定めよ。また、そのときの整数  $x$  を求めよ。

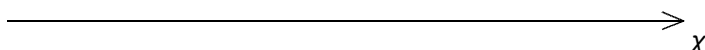
[答 案]

1 (それぞれの不等式を解く)

$$\begin{cases} |x+1| < 2 & \dots \textcircled{1} \\ |x-2| > k & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

2 (条件に合う数直線をかく)

①', ②' の不等式をともに満たす整数  $x$  がただ1個だけ存在するのは、次の図の場合である。



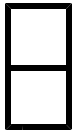
◀  $k > 0$  より、 $2+k < x$  は①' との共通部分はないから考えなくてもよい、

3 (端処理)

(左端)

(右端)

5 (答をまとめる)



1 5

第1章 数と式 3・方程式と不等式

3 1次不等式の応用(その5)

(5/5) ■ 絶対値を含む不等式の応用 ■

◇ 《不等式を満たす定数の範囲を求める》 **学力化** → /

★演習★【3】

2つの不等式  $|x - 6| < 3$  …①,  $|x - k| < 5$  …②がある。ただし、定数  $k$  は実数とする。

- (1) ①, ②の不等式を解け。
- (2) ①, ②をともに満たす実数  $x$  が存在するような  $k$  の値の範囲を求めよ。
- (3) ①, ②をともに満たす  $x$  が整数のとき、解の数が3つとなるような  $k$  の値の範囲を求めよ。  
(國學院大)

[答 案]

(1)

① (それぞれの不等式を解く)

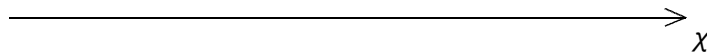
$$\left\{ \begin{array}{l} |x - 6| < 3 \quad \dots \textcircled{1} \\ |x - k| < 5 \quad \dots \textcircled{2} \end{array} \right.$$

(2)

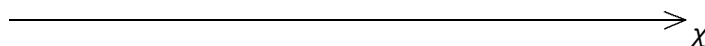
② (条件に合う数直線をかく)

①', ②' の不等式をともに満たす実数  $x$  が存在するのは、次の (i) かつ (ii) の場合である。

(i) .....とき



(ii) .....とき



➡ (前のページからのつづき)

(i)の場合

③ (端処理)

(左端)

(右端)

④ (kの範囲)

(ii)の場合

③ (端処理)

(左端)

(右端)

④ (kの範囲)

⑤ (答をまとめる)

(i), (ii)より, 求めるkの値の範囲は, .....

(3)

② (条件に合う数直線をかく)

①の解は ..... だから, ①を満たす整数 $\chi$ は,  $\chi =$  .....

②の解は, .....

よって, ②の方が解となる整数 $\chi$ の個数が多い。

ゆえに, ①, ②をともに満たす整数 $\chi$ が3個となるのは, 次の(i), (ii)のいずれかの  
場合である。

(次のページへつづく) ➡

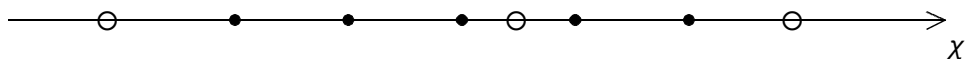


ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

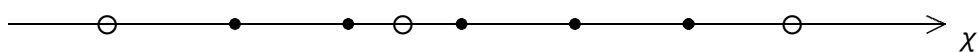
□ □ 【方程式と不等式 No. 15 (5/5)】 - 〈3枚目/3枚〉

➤ (前のページからのつづき)

(i)  $x =$  \_\_\_\_\_ の場合



(ii)  $x =$  \_\_\_\_\_ の場合



(i) の場合

**3** (端処理)

(左端)

(右端)

**4** (k の範囲)

(ii) の場合

**3** (端処理)

(左端)

(右端)

**4** (k の範囲)

**5** (答をまとめる)

(i), (ii) より, 求める k の値の範囲は, .....