

2重根号のはずしかた(解説)

★知識の整理★

▼ 2重根号のはずし方 ▼

$$a > 0, b > 0 \text{ のとき, } \sqrt{(a+b)+2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$a > b > 0 \text{ のとき, } \sqrt{(a+b)-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

【1】2重根号の性質

根号の中に根号をもつ式(2重根号)は、以下のようにして1つの根号で表せる場合がある。

(i) $a > 0, b > 0$ のとき,

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 + 2\sqrt{a}\sqrt{b} + (\sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$$

ここで、 \sqrt{A} の定義

2乗して $A (A > 0)$ となる正の整数を \sqrt{A} で表す

から、 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ は2乗して $a + b + 2\sqrt{ab} (> 0)$ となり、かつ、

$\sqrt{a} + \sqrt{b} > 0$ であるから、上の定義により

$$\sqrt{(a+b)+2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b} \quad \dots \textcircled{1} \text{ が成り立つ。}$$

(ii) $a > b > 0$ のとき,

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 - 2\sqrt{a}\sqrt{b} + (\sqrt{b})^2 = a + b - 2\sqrt{ab}$$

$\sqrt{a} - \sqrt{b}$ は2乗して $a + b - 2\sqrt{ab} (> 0)$ となり、かつ、 $\sqrt{a} - \sqrt{b} > 0$ であるから、上の定義により

$$\sqrt{(a+b)-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} \quad \dots \textcircled{2} \text{ が成り立つ。}$$

【2】2重根号のはずし方

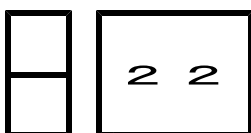
よって、 $\sqrt{\chi \pm 2\sqrt{y}}$ の2重根号は、次のようにしてはずす。

① $ab = y, a + b = \chi$ (掛けて y , 加えて χ) となる2数 a, b を見つけて、

$$\textcircled{2} \sqrt{\chi + 2\sqrt{y}} = \sqrt{(a+b)+2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b} \quad (\text{ただし, } a > 0, b > 0)$$

$$\sqrt{\chi - 2\sqrt{y}} = \sqrt{(a+b)-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} \quad (\text{ただし, } a > b > 0)$$

【注意】根号の中の根号の前に2がついているときにのみ、この方法は使える。



2重根号のはずし方(基本形)

◇ 《2重根号のはずし方(基本形)》 学力化 → / .

★解法の技術★

2重根号をはずして、次の式を簡単にしなさい。

(1) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

(2) $\sqrt{5-2\sqrt{6}}$

【考え方】 (1) $\sqrt{(a+b)+2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ より,
 「かけて3になる2数のうち、その和が4になる」組み合わせを見つける。
 ただし、 $a > 0, b > 0$ とする。

(2) $\sqrt{(a+b)-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$ より,
 「かけて6になる2数のうち、その和が5になる」組み合わせを見つける。
 ただし、 $a > b > 0$ とする。

[考える手順]

[答 案]

1 和と積で書きかえる

2 2重根号をはずす

(1) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

$= \sqrt{(3+1)+2\sqrt{3 \cdot 1}}$

$= \sqrt{3} + \sqrt{1}$

$= \sqrt{3} + 1$

◀かけて3, たして4になる

2数は, 3と1

1 和と積で書きかえる

2 2重根号をはずす

(2) $\sqrt{5-2\sqrt{6}}$

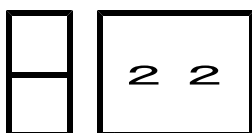
$= \sqrt{(3+2)-2\sqrt{3 \cdot 2}}$

$= \sqrt{3} - \sqrt{2}$

◀かけて6, たして5になる

2数は, 3と2

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第1章 数と式 2・実数

4 2重根号(その1)

(3/10) ■ 2重根号のはずし方 ■

◇ 《2重根号のはずし方(基本形)》 **学力化** → /

★理解のチェック★

2重根号をはずして、次の式を簡単にしなさい。

(1) $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$

(2) $\sqrt{9-2\sqrt{20}}$

(3) $\sqrt{12+2\sqrt{35}}$

[考える手順]

[答 案]

1 和と積で書きかえる

2 2重根号をはずす

(1) $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$

=

=

=

1 和と積で書きかえる

2 2重根号をはずす

(2) $\sqrt{9-2\sqrt{20}}$

=

=

=

1 和と積で書きかえる

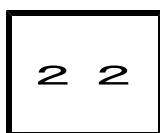
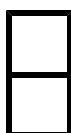
2 2重根号をはずす

(3) $\sqrt{12+2\sqrt{35}}$

=

=

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第1章 数と式 2・実数

4 2重根号(その1)

(4 / 10) ■ 2重根号のはずし方 ■

◇ 《2重根号のはずし方(基本形)》 **学力化** → / ,

★演習★【1】

2重根号をはずして、次の式を簡単にしなさい。

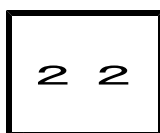
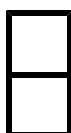
(1) $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$

(2) $\sqrt{9-2\sqrt{14}}$

(3) $\sqrt{11+2\sqrt{30}}$

[答 案]

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第1章 数と式 2・実数

4 2重根号(その1)

(5/10) ■ 2重根号のはずし方 ■

2重根号のはずし方(2√を作る①)

◇ 《2重根号のはずし方(2√を作る①)》 **学力化** → / ,

★演習★【2】

2重根号をはずして、次の式を簡単にしなさい。

(1) $\sqrt{5-\sqrt{24}}$

(2) $\sqrt{10-\sqrt{84}}$

(3) $\sqrt{8-\sqrt{48}}$

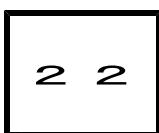
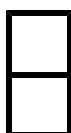
【考え方】 2√を作るために、√の中の2²を外へ出します。

たとえば、

$$(1) \sqrt{5-\sqrt{24}} = \sqrt{5-\sqrt{2^2 \times 6}} = \sqrt{5-2\sqrt{6}}$$

と変形してから2重根号をはずします。

[答 案]



第1章 数と式 2・実数

4 2重根号(その1)

(6/10) ■ 2重根号のはずし方 ■

2重根号のはずし方(2√を作る②)

◇ 《2重根号のはずし方(2√を作る②)》 **学力化** → / ,

★演習★【3】

2重根号をはずして、次の式を簡単にしなさい。

(1) $\sqrt{9+4\sqrt{2}}$

(2) $\sqrt{10+4\sqrt{6}}$

(3) $\sqrt{42+12\sqrt{6}}$

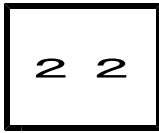
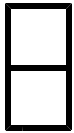
【考え方】 $2\sqrt{\quad}$ を作るために、 $\sqrt{\quad}$ の前の2以外の因数を平方数にして $\sqrt{\quad}$ の中へ入れます。

たとえば、

$$(1) \sqrt{9+4\sqrt{2}} = \sqrt{9+2\sqrt{2^2 \times 2}} = \sqrt{9+2\sqrt{8}}$$

と変形してから2重根号をはずします。

[答 案]



第1章 数と式 2・実数

4 2重根号(その1)

(7/10) ■ 2重根号のはずし方 ■

2重根号のはずし方(2√を作る③)

◇ 《2重根号のはずし方(2√を作る③)》 **学力化** → /

★演習★【4】

2重根号をはずして、次の式を簡単にしなさい。

(1) $\sqrt{3-\sqrt{5}}$ (2) $\sqrt{4-\sqrt{15}}$ (3) $\sqrt{6+\sqrt{35}}$ (4) $\sqrt{2+\sqrt{3}}$

【考え方】 $2\sqrt{\quad}$ を作るために、 $\sqrt{\quad}$ の中の数全体を2倍して2でわっておきます。

たとえば、

$$\sqrt{a+b\sqrt{c}} = \sqrt{\frac{2a+2b\sqrt{c}}{2}} = \frac{\sqrt{2a+2b\sqrt{c}}}{\sqrt{2}}$$

と変形してから2重根号をはずします。

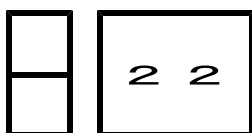
分母の $\sqrt{2}$ は最後に有理化しておきます。

[答 案]

* Sample

$$\begin{aligned} (1) \sqrt{3-\sqrt{5}} &= \sqrt{\frac{6-2\sqrt{5}}{2}} && \leftarrow 2倍して2でわる \\ &= \frac{\sqrt{6-2\sqrt{5}}}{\sqrt{2}} && \leftarrow 分子と分母に分ける \quad \leftarrow かけて \quad 5 \times 1 \\ &= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}} && \leftarrow 分子の2重根号をはずす \\ &= \frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2} && \leftarrow 有理化は結果だけを書く \end{aligned}$$

たして $5+1=6$



第1章 数と式 2・実数

4 2重根号(その1)

(8/10) ■ 2重根号のはずし方 ■

2重根号のはずし方(2√を作る④)

◇ 《2重根号のはずし方(2√を作る④)》 **学力化** → / ,

★演習★【5】

2重根号をはずして、次の式を簡単にしなさい。

(1) $\sqrt{9-3\sqrt{5}}$ (2) $\sqrt{20-5\sqrt{15}}$ (3) $\sqrt{15-5\sqrt{5}}$ (4) $\sqrt{6+3\sqrt{3}}$

【考え方】 ③→②の2つの手順で、2重根号をはずします。

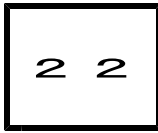
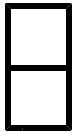
* 分母の $\sqrt{2}$ は最後に有理化しておきます。

[答 案]

* Sample

$(1) \sqrt{9-3\sqrt{5}}$ $= \sqrt{\frac{18-2 \times 3\sqrt{5}}{2}}$ $= \frac{\sqrt{18-2\sqrt{3^2 \times 5}}}{\sqrt{2}}$ $= \frac{\sqrt{18-2\sqrt{3 \times (3 \times 5)}}}{\sqrt{2}}$ $= \frac{\sqrt{15}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ $= \frac{\sqrt{30}-\sqrt{6}}{2}$	<p>◀ 2倍して2でわる</p> <p>◀ 内側の根号の前の2以外の因数を平方数にして根号の中へ入れる</p> <p>◀ 内側の根号の中の因数の組合せを変えて、和が18になる2数を調べる</p> <p>◀ 分子の2重根号をはずす</p> <p>◀ 有理化は結果だけを書く</p>
---	--

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第1章 数と式 2・実数

4 2重根号(その1)

(9/10) ■ 2重根号のはずし方 ■

2重根号のはずし方(混合問題)

◇ 《2重根号のはずし方(混合問題)》 **学力化** → /

★演習★【6】

次の式を簡単にしなさい。

(1) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

(2) $\sqrt{9-2\sqrt{14}}$

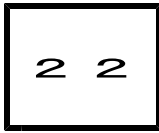
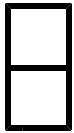
(3) $\sqrt{16+6\sqrt{7}}$

(4) $\sqrt{8-\sqrt{48}}$

(5) $\sqrt{5+\sqrt{21}}$

[答 案]

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第1章 数と式 2・実数

4 2重根号(その1)

(10/10) ■ 2重根号のはずし方 ■

◇ 《2重根号のはずし方(混合問題)》 **学力化** → / ,

★演習★【7】

次の式を簡単にしなさい。

(1) $\sqrt{15+2\sqrt{56}}$

(2) $\sqrt{11-\sqrt{40}}$

(3) $\sqrt{14+6\sqrt{5}}$

(4) $\sqrt{7+\sqrt{33}}$

(5) $\sqrt{8+3\sqrt{7}}$

[答 案]