

第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

3 2次不等式の応用(その7)

(1/5) ■ 絶対値記号を含む2次方程式—実数解の個数 ■

絶対値記号を含む2次方程式—実数解の個数

◇ 《絶対値記号を含む2次方程式—実数解の個数》 学力化 →

★解法の技術★

方程式 $|x^2 - 2x - 3| = 2x + a$ (a は定数) の実数解の個数を求めよ。

【考え方】 $y = |x^2 - 2x - 3| - 2x$ と $y = a$ とおいて、放物線と直線の位置関係を調べればよい。

[答 案]

1 (文字定数を分離して、 $f(x) = a$ の形にする)

$$|x^2 - 2x - 3| = 2x + a \text{ から, } |x^2 - 2x - 3| - 2x = a$$

$$f(x) = |x^2 - 2x - 3| - 2x \text{ とおく。}$$

2 (絶対値をはずし、 $f(x)$ を標準形にする)

(i) $x^2 - 2x - 3 < 0$ のとき、
つまり、 $(x+1)(x-3) < 0$ より、
 $-1 < x < 3$ のとき、

$$\begin{aligned} f(x) &= -(x^2 - 2x - 3) - 2x \\ &= -x^2 + 3 \end{aligned}$$

(ii) $x^2 - 2x - 3 \geq 0$ のとき、
つまり、 $(x+1)(x-3) \geq 0$ より、
 $x \leq -1$ 、 $3 \leq x$ のとき、

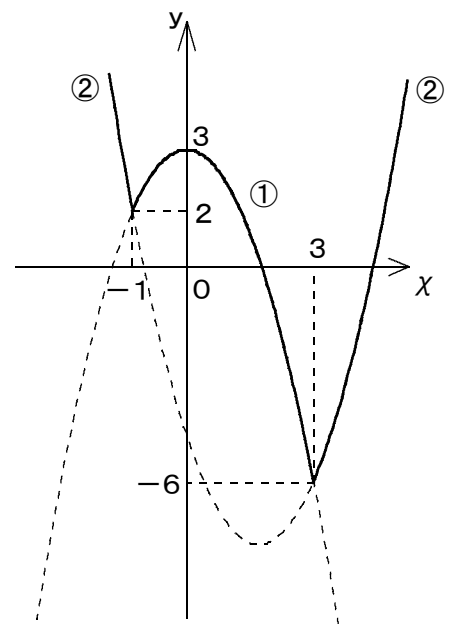
$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 2x - 3) - 2x \\ &= x^2 - 4x - 3 \\ &= x^2 - 4x + 4 - 4 - 3 \\ &= (x-2)^2 - 7 \end{aligned}$$

したがって、(i)、(ii)より、

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 3 & (-1 < x < 3) \quad \dots \textcircled{1} \\ (x-2)^2 - 7 & (x \leq -1, 3 \leq x) \quad \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

3 ($y = f(x)$ のグラフをかく)

$y = f(x)$ のグラフは右の図のようになる。



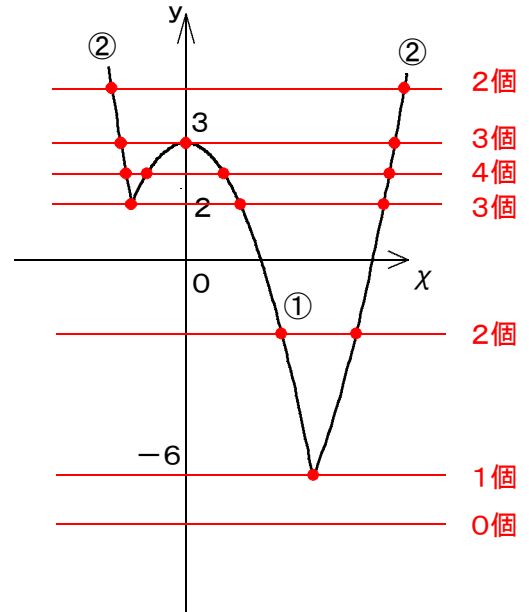
□ □ 【 2次関数と方程式・不等式 No. 20 (1/5) 】 - 〈2枚目/2枚〉

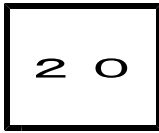
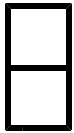
➡ (前のページからのつづき)

4 (放物線と直線に着目して実数解の個数を求める)

よって、求める実数解の個数は、
 $y = f(x)$ と $y = a$ のグラフの共有点の個数と
一致するので、グラフより、

$a < -6$	のとき	0個
$a = -6$	のとき	1個
$-6 < a < 2$	のとき	2個
$a = 2$	のとき	3個
$2 < a < 3$	のとき	4個
$a = 3$	のとき	3個
$a > 3$	のとき	2個





第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

3 2次不等式の応用(その7)

(2/5) ■ 絶対値記号を含む2次方程式—実数解の個数 ■

◇ 《絶対値記号を含む2次方程式—実数解の個数》 **学力化** → /

★理解のチェック★

方程式 $|x(x-4)| = 2x + a$ (a は定数)の実数解の個数を求めよ。

[答 案]

1 (文字定数を分離して, $f(x) = a$ の形にする)

$|x(x-4)| = 2x + a$ から,

$f(x) = \dots\dots\dots$ とおく。

2 (絶対値をはずし, $f(x)$ を標準形にする)

(i) のとき,

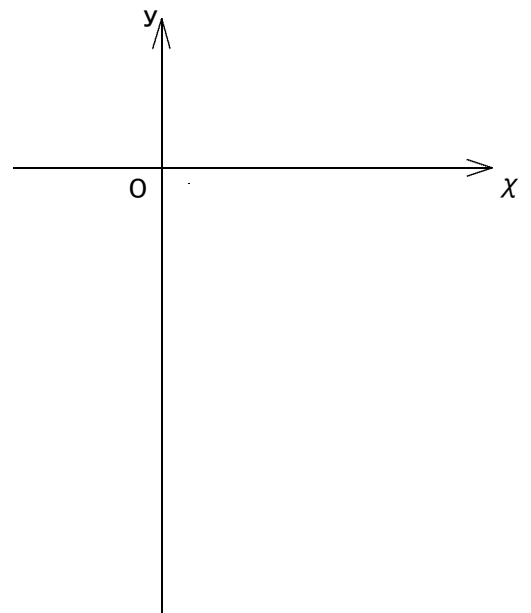
つまり, とき,

$f(x) =$

(ii) のとき,

つまり, のとき,

$f(x) =$



したがって, (i), (ii)より,

$$f(x) = \begin{cases} \dots\dots\dots \text{---} \textcircled{1} \\ \dots\dots\dots \text{---} \textcircled{2} \end{cases}$$

3 ($y = f(x)$ のグラフをかく)

$y = f(x)$ のグラフは右の図のようになる。

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【 2 次関数と方程式・不等式 No. 20 (2 / 5) 】 - 〈 2 枚目 / 2 枚 〉

➡ (前のページからのつづき)

4 (放物線と直線に着目して実数解の個数を求める)

よって、求める実数解の個数は、

$y = f(x)$ と $y = a$ のグラフの共有点の個数と

一致するので、グラフより、

..... のとき 個

..... のとき 個

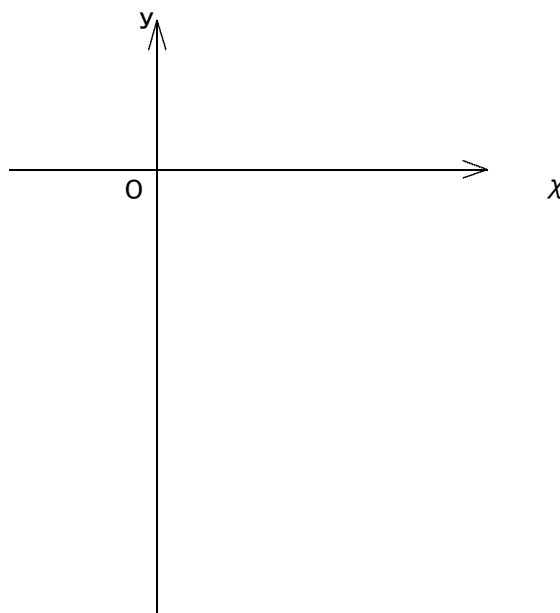
..... のとき 個

..... のとき 個

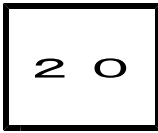
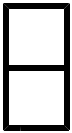
..... のとき 個

..... のとき 個

..... のとき 個



ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

3 2次不等式の応用 (その7)

(3/5) ■ 絶対値記号を含む2次方程式—実数解の個数 ■

◇ 《絶対値記号を含む2次方程式—実数解の個数》 **学力化** → /

★演習★【1】

kは定数とする。方程式 $|x^2 - x - 2| = 2x + k$ の異なる実数解の個数を調べよ。

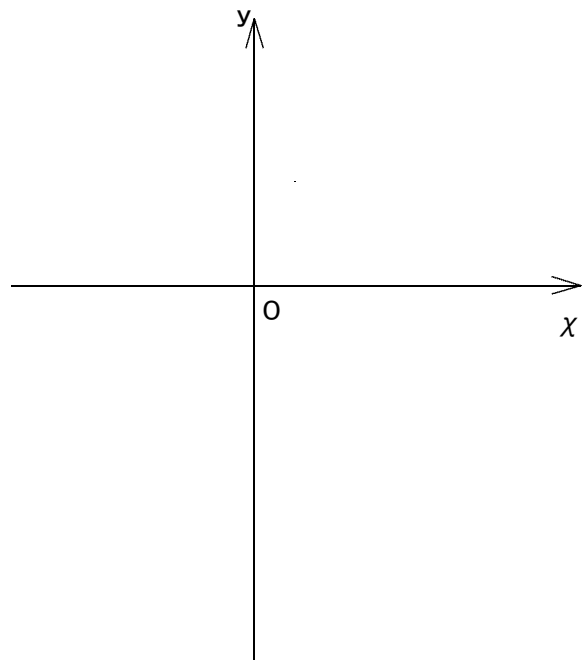
[答 案]

1 (文字定数を分離して、 $f(x) = a$ の形にする)

2 (絶対値をはずし、 $f(x)$ を標準形にする)

(i) のとき,

(ii) のとき,



したがって、(i), (ii)より,

$f(x) = \left\{ \begin{array}{l} \dots \textcircled{1} \\ \dots \textcircled{2} \end{array} \right.$

(次のページへつづく) ↗

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

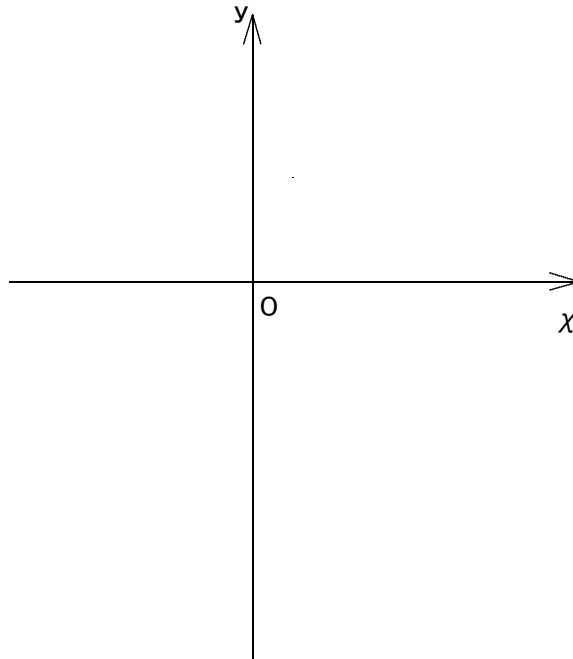
□ □ 【 2 次関数と方程式・不等式 No. 20 (3 / 5) 】 - 〈 2 枚目 / 2 枚〉

↗ (前のページからのつづき)

3 ($y = f(x)$ のグラフをかく)

$y = f(x)$ のグラフは右の図 (前ページ) のようになる。

4 (放物線と直線に着目して実数解の個数を求める)



よって、求める実数解の個数は、

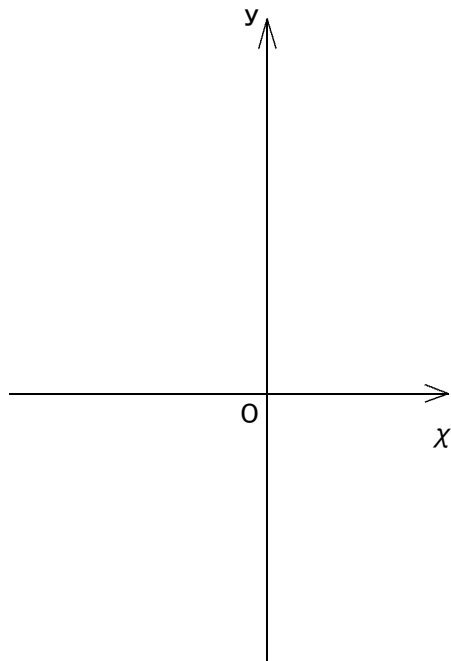
$y = f(x)$ と $y = k$ のグラフの共有点の個数と一致するので、グラフより、

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【 2 次関数と方程式・不等式 No. 20 (4 / 5) 】 - 〈 2 枚目 / 2 枚〉

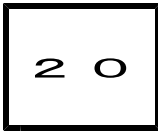
↗ (前のページからのつづき)

4 (放物線と直線に着目して実数解の個数を求める)



よって、求める実数解の個数は、

$y = f(x)$ と $y = k$ のグラフの共有点の個数と一致するので、グラフより、



第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

3 2次不等式の応用(その7)

(5/5) ■ 絶対値記号を含む2次方程式-実数解の個数 ■

◇ 《絶対値記号を含む2次方程式-実数解の個数》 **学力化** → /

★演習★【3】

$|x^2 - 3x - 4| = x + k$ が3個以上の実数解をもつように、定数 k の値の範囲を定めよ。

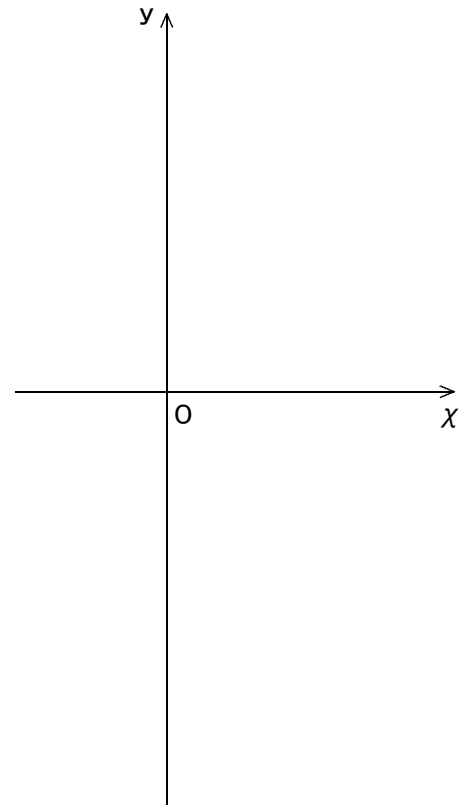
[答 案]

1 (文字定数を分離して、 $f(x) = a$ の形にする)

2 (絶対値をはずし、 $f(x)$ を標準形にする)

(i)のとき,

(ii)のとき,



したがって、(i), (ii)より,

$$f(x) = \begin{cases} \dots \textcircled{1} \\ \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

3 ($y = f(x)$ のグラフをかく)

$y = f(x)$ のグラフは右の図のようになる。

(次のページへつづく) ↗

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【 2 次関数と方程式・不等式 No. 20 (5 / 5) 】 - 〈 2 枚目 / 2 枚 〉

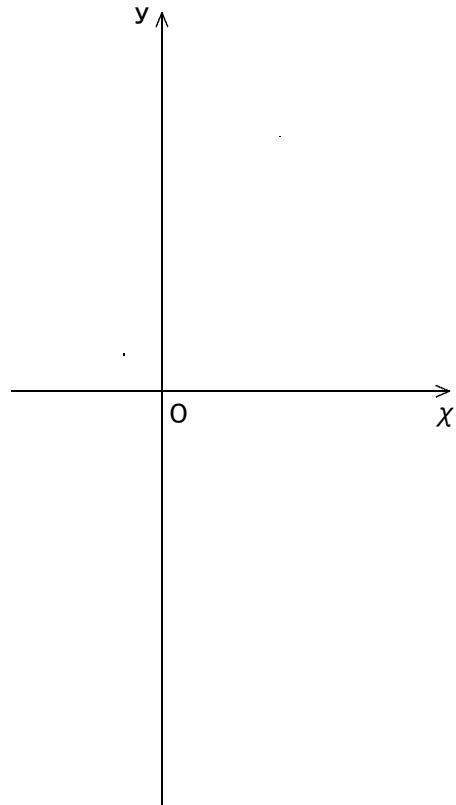
➡ (前のページからのつづき)

4 (放物線と直線に着目して実数解の個数を求める)

よって、求める実数解の個数は、

$y = f(x)$ と $y = k$ のグラフの共有点の個数と一致するので、グラフより、

..... のとき 個
..... のとき 個
..... のとき 個
..... のとき 個
..... のとき 個
..... のとき 個
..... のとき 個



よって、求める k の値の範囲は、

グラフと直線 $y = k$ の共有点が 3 個以上

あるような k の値の範囲(上の表の◎)

であるから、
