■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

判別式による最大・最小(1)

◇《判別式による最大・最小(1)》 **学力化** ➡　　／　　，

★解法の技術★

> 実数x，yが$x^2+(y-1)^2=5$を満たすとき，$2x-y$の最大値と最小値，およびそのときのx，yの値を求めよ。　　［類　法政大］

【考え方】条件つき２変数関数の最大・最小の問題では，条件の式を使って文字を減らす，というのが解法の基本である。

しかし，この問題のように，条件式$x^2+(y-1)^2=5$をxまたはyについて解き，$2x-y$に代入しようとすると…

たとえば，$x^2+(y-1)^2=5$をxについて解いて，$x=\pm\sqrt{5-(y-1)^2}$
これを$2x-y$に代入して，$2(\pm\sqrt{5-(y-1)^2})-y$となると，まず，解けない。

そこで，逆に，$2x-y=k$とおき，これを条件式とみて文字を減らす。
yを消去すると，$x^2+(2x-k-1)^2=5$　　これはxの２次方程式である。
ここで，xは実数であるから，この２次方程式は実数解をもつ。したがって，
実数解をもつ　⟺　$D\geqq 0$　を利用すると，kつまり$2x-y$の値の範囲が求められる。

◀Dをとっていい理由

> すなわち，判別式は係数についての関係式だから，kをxの係数にすればxの判別式を作ることで，kの範囲を調べることができる。

◀スーパーテクニック

［答　　案］

1　（文字を減らす）

$2x-y=k$とおき，yについて解くと，　　◀x，yが実数だからkも実数

$y=2x-k$　…①

これを　$x^2+(y-1)^2=5$　に代入すると，

$x^2+(2x-k-1)^2=5$

整理して，

$x^2+(2x)^2+(-k)^2+(-1)^2+2\cdot 2x\cdot(-k)+2\cdot(-k)\cdot(-1)$
$+2\cdot(-1)\cdot 2x-5=0$

$x^2+4x^2+k^2+1-4kx+2k-4x-5=0$

$5x^2-4(k+1)x+k^2+2k-4=0$　…②

（次のページへつづく）↗

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

↗（前のページからのつづき）

2 （実数解条件を使って，ｋの範囲を求める）

◀ $k=2\chi-y$

χ は実数であるから，χ の２次方程式②は実数解をもつ。

◀ D≧0となるという意味。

したがって，２次方程式②の判別式をＤとすると，

$$\frac{D}{4}=\{-2(k+1)\}^2-5(k^2+2k-4)$$
$$=4k^2+8k+4-5k^2-10k+20$$
$$=-k^2-2k+24$$
$$=-(k^2+2k-24)$$
$$=-(k+6)(k-4)$$

Ｄ≧０より，$-(k+6)(k-4)\geqq 0$ であるから，$(k+6)(k-4)\leqq 0$

よって，$-6\leqq k\leqq 4$

したがって，$2\chi-y$ は，最小値-6，最大値４をとる。

3 （χ とyの値を求める）

$k=-6$，４のとき，Ｄ＝０で，②は重解 $\chi=-\frac{-4(k+1)}{2\cdot 5}=\frac{2(k+1)}{5}$ をもつ。

◀ $a\chi^2+b\chi+c=0$ の重解は，$\chi=\frac{-b}{2a}$

よって，

・ $k=4$ のとき，$\chi=\frac{2(4+1)}{5}=2$

①から，$y=2\times(2)-(4)=0$

・ $k=-6$ のとき，$\chi=\frac{2(-6+1)}{5}=-2$

①から，$y=2\times(-2)-(-6)=2$

4 （答をまとめる）

以上から，$\chi=2$，$y=0$ のとき最大値４

$\chi=-2$，$y=2$ のとき最小値-6

をとる。

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

１５

第２章　２次関数　３・２次関数と方程式・不等式

3　２次不等式の応用（その４）

（２／５）■　判別式による最大・最小(1)　■

◇《判別式による最大・最小(1)》 学力化➡　　／　，

★理解のチェック★

実数χ，yが$\chi^2+\chi y+y^2=1$を満たすとき，$2\chi+y$の最大値と最小値，およびそのときのχ，yの値を求めよ。

［答　　案］

1　（文字を減らす）

$2\chi+y=k$とおき，yについて解くと，　　◀ χ，y が実数だから k も実数

2　（実数解条件を使って，k の範囲を求める）

（次のページへつづく）↗

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □　【２次関数と方程式・不等式　No.１５（２／５）】 －〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

3　（χとyの値を求める）

4　（答をまとめる）

以上から，χ＝　　　，y＝　　　のとき最大値

χ＝　　　，y＝　　　のとき最小値

をとる。

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

１５

第２章　２次関数　３・２次関数と方程式・不等式

3　２次不等式の応用（その４）

（３／５）■　判別式による最大・最小(1)　■

◇《判別式による最大・最小(1)》学力化➡　　／　，

★演習★【１】

χ，yを実数として，$\chi^2+y^2=8$ のとき，$\chi+y$ の最大値，最小値と，そのときのχ，yの値を求めよ。

［答　　案］

1　（文字を減らす）

$\chi+y=k$とおき，yについて解くと，　◀ χ，y が実数だから k も実数

2　（実数解条件を使って，k の範囲を求める）

（次のページへつづく）↗

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □　【２次関数と方程式・不等式　No. １５（３／５）】　ー〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

3　（χとyの値を求める）

4　（答をまとめる）

以上から，χ＝　　　，y＝　　　のとき最大値

χ＝　　　，y＝　　　のとき最小値

をとる。

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

１５

第２章　２次関数　３・２次関数と方程式・不等式

3　２次不等式の応用（その４）

（４／５）■　判別式による最大・最小(1)　■

◇《判別式による最大・最小(1)》**学力化**➡　　／　，

★演習★【２】

実数χ，yが $\chi^2-2\chi y+2y^2=1$ を満たすとき，$\chi+y$ の最大値と最小値，およびそのときのχ，yの値を求めよ。

［答　　案］

1　（文字を減らす）

2　（実数解条件を使って，k の範囲を求める）

（次のページへつづく）↗

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □　【２次関数と方程式・不等式　No. １５（４／５）】　ー〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

3　（χとyの値を求める）

4　（答をまとめる）

以上から，

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

１５

第２章　２次関数　３・２次関数と方程式・不等式

3　２次不等式の応用（その４）

（５／５）■　判別式による最大・最小(1)　■

◇《判別式による最大・最小(1)》 **学力化**➡　／　，

★演習★【３】

実数x，yが $x^2-2xy+2y^2=2$ を満たすとき，

(1)　xのとりうる値の最大値と最小値を求めよ。

(2)　$2x+y$ のとりうる値の最大値と最小値を求めよ。

［答　案］

(1)　**xのとりうる値の最大値と最小値**

1　（与式を y について整理する）

◀ y の2次方程式の判別式を使って xの範囲を求めるため。
▲問題はこれを求めよと言っている。

2　（実数解条件を使って，xの範囲を求める）

◀①を y の2次方程式をみる。

3　（答をまとめる）

したがって，xのとりうる値の最大値は　　　，最小値は

(2)　**$2x+y$ のとりうる値の最大値と最小値**

1　（文字を減らす）

（次のページへつづく）↗

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □　【２次関数と方程式・不等式　No.１５（５／５）】 －〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

2　（実数解条件を使って，ｋの範囲を求める）

3　（χ とyの値を求める）

4　（答をまとめる）

以上から，