

三角関数を含む等式の証明

★知識の整理★

【1】三角関数を含む等式の証明のしかた

三角関数を含む等式の証明では、式変形によって(左辺)=(右辺)を示す。

① $\tan \theta$ は、必ず $\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ に変形する。

また、 $\frac{1}{\tan \theta}$ は $\frac{\cos \theta}{\sin \theta}$ に変形する。

② 分数の加減が出てきたら、通分して計算する。

③ 展開、因数分解する。

④ $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$ が出てきたら、必ず1に置き換える。

* これらの解法の技術の使い方については、次の例題のなかで具体的に説明します。

★解法の技術★

$$\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{\sin \theta} \text{ を証明しなさい。}$$

【考え方】 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$, $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$, $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$

[答 案]

$$\text{(左辺)} = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \quad \leftarrow \text{求め方②: 分数の加減} \rightarrow \text{通分}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta + \cos \theta (1 + \cos \theta)}{(1 + \cos \theta) \sin \theta} \quad \leftarrow \text{分子を展開する}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta + \cos \theta + \cos^2 \theta}{(1 + \cos \theta) \sin \theta} \quad \leftarrow \text{求め方④: } \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

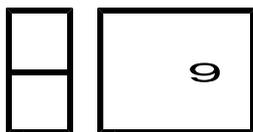
$$= \frac{1 + \cos \theta}{(1 + \cos \theta) \sin \theta} \quad \leftarrow \text{約分する}$$

$$= \frac{1}{\sin \theta}$$

$$= \text{(右辺)}$$

よって、 $\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{\sin \theta}$

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第3章 三角関数 1・一般角の三角関数

4 三角関数の相互関係 (その3)

(2 / 4) ■ 三角関数を含む等式の証明 ■

◇ 《三角関数を含む等式の証明》 **学力化** → / ,

★理解のチェック★

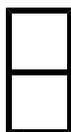
次の等式を証明しなさい。

$$(1) \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} - \tan \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$(2) \frac{1 - \tan \theta}{1 + \tan \theta} = \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{1 + 2 \sin \theta \cos \theta}$$

[答 案]

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第3章 三角関数 1・一般角の三角関数

4 三角関数の相互関係 (その3)

(3 / 4) ■ 三角関数を含む等式の証明 ■

◇ 《三角関数を含む等式の証明》 **学力化** → / .

★演習★【1】

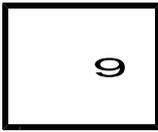
次の等式を証明しなさい。

$$(1) \tan^2 \theta - \sin^2 \theta = \tan^2 \theta \sin^2 \theta$$

$$(2) \tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta}$$

[答 案]

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第3章 三角関数 1・一般角の三角関数

4 三角関数の相互関係 (その3)

(4 / 4) ■ 三角関数を含む等式の証明 ■

◇ 《三角関数を含む等式の証明》 **学力化** → / .

★演習★【2】

次の等式を証明しなさい。

(1) $\frac{\tan \theta}{\sin \theta} - \frac{\sin \theta}{\tan \theta} = \sin \theta \tan \theta$

(2) $\frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{2}{\cos \theta}$

[答 案]